

Aberraciones esféricas en óptica y la búsqueda de su eliminación mediante el uso de espejos parabólicos.

Q. Mota-Espinosa¹, J. D. García-Aguilar², A. Herrera-Roldán³.

¹Escuela Superior de Física y Matemáticas. IPN. Avenida Instituto Politécnico Nacional s/n. Edificio 9, Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”. Col. San Pedro Zacatenco Del, Nueva Industrial Vallejo, Gustavo A. Madero, C.P. 07738. Ciudad de México.

^{2,3}Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos No. 16 “Hidalgo”.
Distrito de Educación, Salud, Tecnología e Innovación.
Carretera Pachuca – Actopan km 1 + 500, C.P. 42162, San Agustín Tlaxiaca, Hidalgo.
E-mail: quauhtemoc15@gmail.com

Resumen — Los espejos esféricos son una buena aproximación empleada en el estudio de la óptica geométrica. Sin embargo, en la práctica, las aberraciones que presentan dificultan la labor de quienes los emplean.

Los modelos que planteamos revelan que los espejos parabólicos cuyo comportamiento es abordado de manera geométrica y analítica, son una posible solución a las aberraciones ópticas en gran medida, y aunque no quedan exentos de presentar imágenes deformadas, lo hacen en menor grado, que los usuales espejos esféricos. -

Palabras Clave – Aberraciones, espejos, parabólicos.

Abstract — Although spherical mirrors are a good approximation used in the study of geometrical optics, in the experiments, the aberrations that the images formed by them presents make the work difficult for those who use them. In this work we present different mathematical models which reveals that parabolic mirrors are a possible option to fix the optical aberrations to large extent, and although are no exempt from presenting deformed images, they do in a lesser degree than the usual spherical mirrors.

Keywords — Aberrations, mirrors, parabolic.

I. INTRODUCCIÓN

En la sociedad tecnológica actual, la importancia de la instrumentación óptica crece sin límites, e igualmente, las aplicaciones de los espejos son ilimitadas, ya sea para fabricar instrumentos de gran precisión que nos ayuden a encontrar respuestas mediante la observación, tales como los telescopios y microscopios; para la fabricación de aparatos electrónicos, o para simplemente el uso doméstico. Si bien, el estudio de la óptica geométrica proporciona aproximaciones precisas mediante el estudio del comportamiento de los espejos esféricos, los requerimientos de precisión actuales no se satisfacen utilizando perfiles esféricos para dichos elementos ópticos [1].

En las aplicaciones, se utilizan perfiles más complejos, que no están restringidos a la aproximación paraxial, y tampoco se ven limitados por la no-linealidad de la óptica geométrica. Tales perfiles, están representados por polinomios de grados iguales o mayores a dos; tal es el caso de los espejos parabólicos, cuyo comportamiento abordamos

de manera geométrica y analítica en las páginas siguientes, verificando así, sus ventajas sobre los espejos esféricos, incluyendo la eliminación parcial de las aberraciones sobre las imágenes proporcionadas por dichos perfiles esféricos.

El comportamiento de los espejos parabólicos se puede estudiar desde el punto de vista geométrico, analítico, o algebraico, y en este trabajo demostramos que los tres métodos arrojan el mismo resultado: en los espejos con perfil parabólico, el foco geométrico de la parábola coincide con el foco óptico del espejo. Para ello, en la sección II, presentamos la metodología matemática empleada para poder llegar a tal conclusión en cada uno de esos casos.

II. MÉTODOS PARA EL ESTUDIO DE LOS ESPEJOS PARABÓLICOS.

Este trabajo está patrocinado en parte por la Secretaría de Investigación y Posgrado del IPN, proyecto SIP-20220411

A. Estudio geométrico.

Esta demostración, se llevó a cabo mediante el simulador GeoGebra [2] que nos permitió realizar mediciones, trazar ángulos y rectas. Si bien, no es posible plantear un caso geométrico general, se puede observar el comportamiento del espejo utilizando cantidades numéricas fijas.

La figura 1 muestra un ejemplo de simulación, tomando en cuenta la parábola $x^2 = y$, de manera equivalente, una función definida como $y(x) = x^2$. (Mostrada en verde).

Consideramos, que un rayo de luz incide sobre el espejo, en el punto (1,1) de su perfil parabólico, paralelo al eje de simetría de la parábola, lo que corresponde a la recta $x = 1$. (Mostrada en rojo).

Por la ley de la reflexión, el ángulo de incidencia que forma un rayo de luz con la normal a la superficie reflectora es igual al ángulo que forma el rayo reflejado con la misma

normal. Para este caso particular, realizamos la gráfica de la normal mediante el uso del cálculo diferencial y la geometría analítica, como sigue:

Primero, encontramos la ecuación de la recta tangente a la parábola en el punto (1,1):

$$\frac{dy}{dx} = y'(x) = 2x \quad (1)$$

Como la derivada es la pendiente de la recta tangente a la parábola, para encontrar la pendiente en el punto (1,1), bastó con evaluar a la derivada en ese punto, por lo que se obtiene

$$m_1 = 2 \quad (2)$$

Mediante la aplicación de geometría analítica, la ecuación de la pendiente (mostrada en naranja con línea punteada) en el punto (1,1), es, por tanto

$$y_1 = 2x - 1 \quad (3)$$

Como se pretende encontrar la ecuación de la recta normal para poder realizar la simulación, empleamos la condición de que dos rectas perpendiculares tienen pendientes con signos contrarios y recíprocas; por tanto, la ecuación de la normal a la parábola (mostrada en rosa con línea punteada) en el punto de incidencia es:

$$y_2 = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \quad (4)$$

Al utilizar las herramientas de medición del simulador, se notamos que el ángulo entre el rayo incidente, y la normal a la superficie, es de 63.4349° . Por tanto, dicho ángulo es el mismo, que el rayo reflejado forma con la normal. Construimos, por tanto, una recta que forme un ángulo de 63.4349° con la normal, pasara por el punto (1,1), y que cruzara con el eje de las ordenadas (mostrada en morado). De acuerdo con el simulador, el punto de intersección es (0,0.2500).

Dicho punto, corresponde al foco geométrico de la parábola. Utilizando la premisa óptica de que todo haz de rayos paralelos que incide sobre un espejo, se refleja sobre su

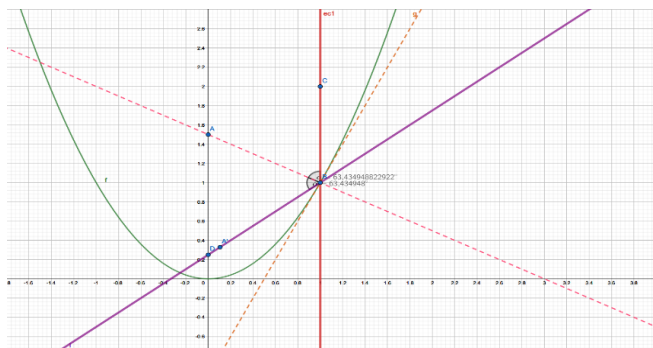


Fig 1. Construcción geométrica en el simulador. [2]

foco óptico, se concluye que el foco geométrico y el foco óptico del perfil parabólico, se encuentran situados sobre el mismo punto espacial.

B. Estudio analítico.

Para un tratamiento general del tipo $y = ax^2$ empleamos como herramienta la geometría analítica, lo que permite realizar cálculos con expresiones generales.

La estrategia para seguir es muy parecida a la de la sección anterior, pero, se evitan construcciones convenientes con ayuda de un simulador, y se plantean puntos, y rectas genéricas en las que no intervienen valores numéricos fijos.

Consideramos, una parábola cuyo eje de simetría se encuentre sobre el eje de las ordenadas; por tanto, su ecuación analítica es de la forma

$$x^2 = 4py \Rightarrow y(x) = \frac{x^2}{4p} \quad (5)$$

Sea $B(a, b)$ el punto sobre la parábola en el que incide un rayo de luz, paralelo a su eje de simetría. La ecuación representativa de dicho rayo es, por tanto, $x = a$. Al igual que en el tratamiento geométrico, requerimos la pendiente de la normal a la parábola en el punto (a,b), para extraer el ángulo de incidencia, y poder calcular el punto de intersección del rayo reflejado y el eje de las ordenadas.

Calculamos la derivada del perfil parabólico para encontrar la pendiente de la tangente en (a, b):

$$\frac{dy}{dx} = y'(x) = \frac{x}{2p} \quad (6)$$

Evaluamos en $x = a$, obteniendo, por tanto, la pendiente de la recta tangente:

$$y'(a) = m_1 = \frac{a}{2p} \quad (7)$$

La pendiente de la recta normal al perfil parabólico es, por tanto

$$m_2 = -\frac{2p}{a} \quad (8)$$

Medimos el ángulo entre la recta que representa al rayo incidente, y la normal a la parábola en el punto de incidencia.

Sabemos que la pendiente de una recta es la tangente del ángulo que forma con el eje de las abscisas, sea este θ . En el caso de la normal a la parábola, tenemos,

$$\tan \theta = -\frac{2p}{a} \quad (9)$$

Sea α el ángulo de incidencia del rayo sobre el perfil parabólico respecto a la normal; el cual podemos expresar como

$$\alpha = \theta - \frac{\pi}{2} \quad (10)$$

Sea m_3 la pendiente de la recta que representa al rayo reflejado. Sabemos además, que dicha recta debe pasar también por el punto (a,b). Por la ley de la reflexión, se presenta

$$\tan \alpha = \frac{m_3 - m_2}{1 + m_2 m_3} \Rightarrow m_3 = \frac{m_2 + \tan \alpha}{1 - m_2 \tan \alpha} \quad (11)$$

Por lo tanto, por (10), obtenemos,

$$m_3 = \frac{-\frac{2p}{a} + \tan \alpha}{1 - \left(-\frac{2p}{a}\right) \tan \alpha} \quad (12)$$

$$m_3 = \frac{-\frac{2p}{a} + \tan \left[\tan^{-1} \left(-\frac{2p}{a} \right) - \frac{\pi}{2} \right]}{1 - \left[-\frac{2p}{a} \right] \left[\tan \left(\tan^{-1} \left(-\frac{2p}{a} \right) - \frac{\pi}{2} \right) \right]} \quad (13)$$

$$m_3 = \frac{-\frac{2p}{a} - \cot \left(\tan^{-1} \left(-\frac{2p}{a} \right) \right)}{1 + \left(\frac{2p}{a} \right) \cot \left(\tan^{-1} \left(-\frac{2p}{a} \right) \right)} \quad (14)$$

$$m_3 = \frac{-\frac{2p}{a} + \frac{a}{2p}}{1 + \left(\frac{2p}{a} \right) \left(\frac{a}{2p} \right)} \quad (15)$$

Por lo tanto

$$m_3 = \frac{-4p^2 + a^2}{4ap} \quad (16)$$

El rayo reflejado, se representa con la recta que tiene pendiente m_3 y pasa por el punto (a,b). Su ecuación es

$$y_3 - b = \left(\frac{-4p^2 + a^2}{4ap} \right) (x - a) \quad (17)$$

Dado que el punto (a,b) pertenece al perfil parabólico, debe cumplir la condición de que $b = \frac{a^2}{4p}$. Luego, si en la ecuación obtenida para el rayo reflejado, sustituimos ese valor de b, y hacemos $x = 0$, el resultado es:

$$y_3 = \frac{4p^2 - a^2}{4p} + \frac{a^2}{4p} = p \quad (18)$$

Nuevamente, el foco geométrico y el foco óptico se encuentran sobre el mismo punto, el rayo reflejado interseca al eje y justo en ese punto, tal y como lo predice la óptica geométrica.

C. Estudio algebraico.

Se presenta una situación análoga a la expuesta en A y B. El siguiente tratamiento también expone de manera general el comportamiento de un espejo parabólico [3].

Sea $P(x, y)$ (Fig. 2) el punto donde incide un haz de luz paralelo al eje de simetría de la parábola, y sea $F(0, f)$ el punto en el que el rayo reflejado interseca con el eje de las ordenadas. Tanto el rayo incidente como el reflejado, forman un ángulo θ con la normal al perfil parabólico.

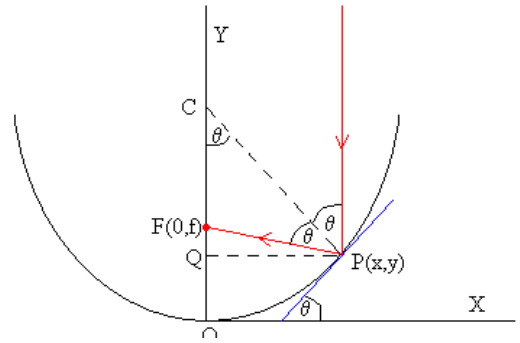


Fig2. Espejo parabólico con un rayo incidente [3].

Por el triángulo FPQ, tenemos,

$$90^\circ + (90^\circ - 2\theta) + \angle QFP = 180^\circ \\ \Rightarrow \angle QFP = 2\theta$$

Por otro lado,

$$\tan 2\theta = \frac{x}{f-y} \Rightarrow f-y = \frac{x}{\tan 2\theta}$$

$$\Rightarrow f = y + \frac{x}{\tan 2\theta} \quad (19)$$

$$f = \frac{x^2}{4p} + \frac{4p^2 - x^2}{4p}$$

$$f = p \quad (22)$$

Pero, $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

De donde obtenemos que

$$f = y + \frac{x(1 - \tan^2\theta)}{2\tan\theta} \quad (20)$$

Consideremos la recta tangente que pasa por el punto P, y sea ω el ángulo que forma con el eje de las abscisas medido en sentido positivo. Dado que $\omega = \theta$, tenemos, por tanto

$$\frac{dy}{dx} = y'(x) = \tan\theta$$

Luego,

$$f = y + \frac{x(1 - [y'(x)]^2)}{2y'(x)} \quad (21)$$

La ecuación anterior, es un modelo general para poder calcular la coordenada y del foco óptico del espejo. Procedemos a demostrar que el foco óptico y geométrico se sitúan en el mismo punto en el caso de un perfil parabólico:

Se examina una parábola, cuya ecuación analítica es

$$x^2 = 4py \Rightarrow y(x) = \frac{x^2}{4p}$$

Derivando la expresión anterior, obtenemos

$$y'(x) = \frac{x}{2p}$$

Sustituimos en la expresión para la coordenada genérica del foco, de aquí que:

$$f = \frac{x^2}{4p} + \frac{x\left(1 - \frac{x^2}{4p^2}\right)}{2\left(\frac{x}{2p}\right)}$$

$$f = \frac{x^2}{4p} + \frac{4p^2 - x^2}{4p} = \frac{1}{p}$$

Por lo tanto, el foco geométrico y el foco óptico se encuentran sobre el mismo punto en un espejo parabólico.

De lo anterior, concluimos que el perfil parabólico cumple con

$$y(x) = \frac{x^2}{4f} \quad (23)$$

La expresión (21) es válida para cualquier superficie dada por una función $y(x)$. El tratamiento algebraico, permite encontrar una expresión que predice el comportamiento de cualquier superficie reflejante polinomial. Mediante dicha expresión, es posible demostrar que un espejo con perfil parabólico es el único con la propiedad de que todos los rayos paralelos al eje de las ordenadas se reflejan pasando por el foco.

Anteriormente, demostramos que $f = p$, por tanto,

$$\frac{df}{dx} = 0 \quad (24)$$

Pero, por la expresión encontrada para f , decimos que

$$\frac{df}{dx} = \frac{dy}{dx} + \frac{[2y'(x)][x(-2y'(x)y''(x)) + (1 - [y'(x)]^2)] - x(1 - (y'(x))^2)(2y''(x))}{4(y'(x))^2} = 0$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{dy}{dx} + \frac{y'(x) - (y'(x))^3 - 2x(y'(x))^2 y''(x) - xy''(x) + x(y'(x))^2 y''(x)}{2(y'(x))^2} = 0$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{dy}{dx} - x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) - x\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 0$$

$$\frac{df}{dx} = \left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right) \left(\frac{dy}{dx} - x\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)\right) \Rightarrow \frac{dy}{dx} - x\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0$$

La solución general a esta ecuación diferencial es:

$$y = Ax^2 + C \quad (25)$$

Lo cual representa la ecuación de una parábola.

Por lo tanto, el punto focal del espejo es independiente de la coordenada x , y la parábola cumple con ser el único perfil cuyos rayos reflejados, pasan por el foco, cuando estos son paralelos al eje y [3]. (Fig 3.)

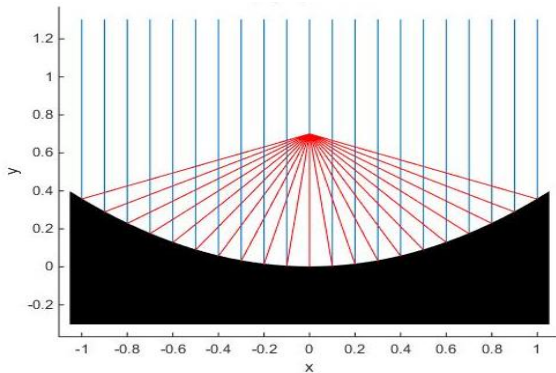


Fig 3. Rayos paralelos inciden sobre un perfil parabólico, y se reflejan sobre un mismo punto (foco geométrico de la parábola) [3].

III. ABERRACIONES EN ESPEJOS PARABÓLICOS.

De la sección anterior podemos mencionar que los modelos que se obtienen demuestran que la parábola cumple con la propiedad de que, si los rayos incidentes son paralelos a su eje de simetría, el espejo los refleja y convergen en el foco geométrico de dicho perfil parabólico [4]. Sin embargo, dicha propiedad no se puede generalizar a un haz incidente de rayos paralelos, pero con desviación respecto al eje de simetría, tal y como se demuestra a continuación:

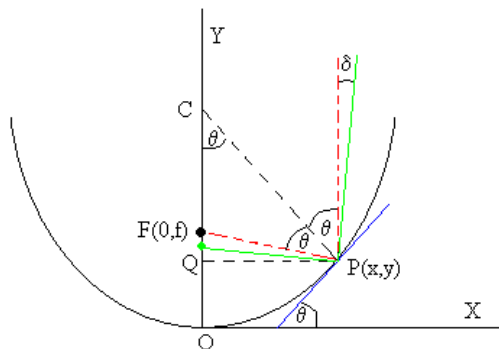


Fig 4. Rayo incidente sobre un espejo parabólico con cierta desviación [4].

Para ello, vamos a plantear un espejo parabólico, cuyo perfil tenga como vértice el origen, y su eje de simetría sea paralelo al eje de las ordenadas; así mismo, se considera un rayo que incide con un ángulo de desviación δ (mostrado en verde) respecto a la vertical (Fig.4).

Si θ es el ángulo que forma un rayo incidente paralelo al eje de simetría con respecto a la normal de la parábola, tenemos, que el rayo incidente con desviación forma un ángulo $\theta + \delta$ con respecto a la normal. Por lo tanto, del triángulo formado por el rayo reflejado (en verde), y el segmento PQ (Fig.5), obtenemos:

$$90^\circ + \alpha + (90^\circ - (2\theta + \delta)) = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 2\theta + \delta$$

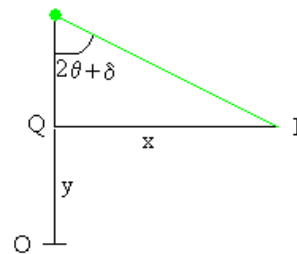


Fig 5. Triángulo formado por el rayo reflejado y el segmento PQ [4].

Por lo tanto, si y_r es la distancia del punto Q, a la intersección del rayo reflejado, podemos escribir,

$$\tan(2\theta + \delta) = \frac{x}{y_r} \Rightarrow y_r = \frac{x}{\tan(2\theta + \delta)} \quad (26)$$

Y, además, la ordenada del punto donde se intersecan el rayo reflejado y el eje de las ordenadas es

$$y_f = y + \frac{x}{\tan(2\theta + \delta)} \quad (27)$$

De la ecuación anterior, concluimos que los rayos reflejados no se concentran en el foco de la parábola, sino que cortan al eje de simetría y en general, al eje de las ordenadas en distintos puntos (Fig. 6).

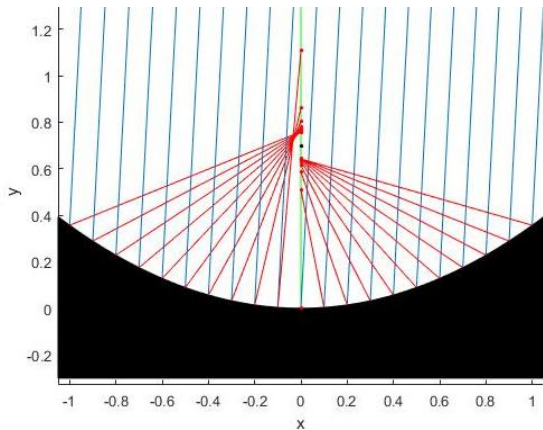


Fig 6. Rayos paralelos con desviación que inciden sobre un espejo parabólico [4].

Dicho comportamiento, genera aberraciones en las imágenes, tal como se muestra en la figura 7:

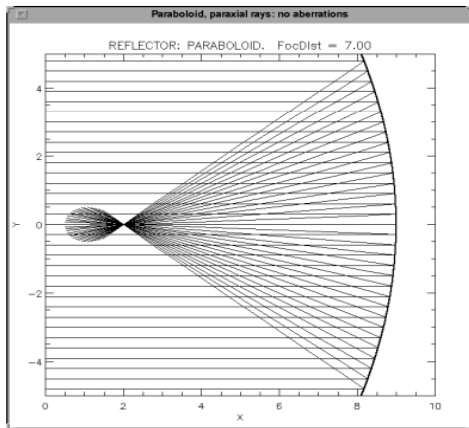


Fig 7(a). Rayos incidentes paralelos al eje de simetría [5].

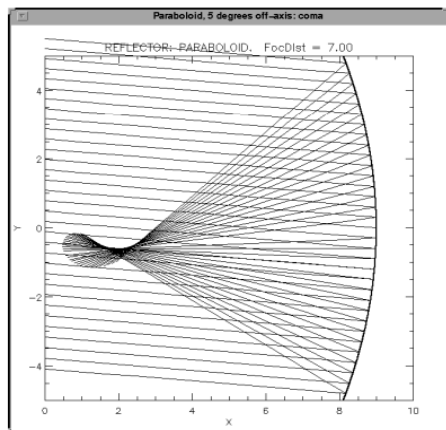


Fig 7(b). Rayos incidentes paralelos, desviados del eje de simetría [5].

IV. ABERRACIONES EN ESPEJOS ESFÉRICOS Y SU COMPARACIÓN CON LOS ESPEJOS PARABÓLICOS.

Al examinar un espejo esférico, de radio R , y centro en $(0, R)$; se debe estudiar la situación que se ilustra en la figura 2.

Dado que el rayo reflejado y el segmento FC forman ambos el ángulo θ respecto a la normal, entonces el triángulo CFP es isósceles. (Fig.8). De la ley de cosenos, tenemos:

$$R^2 = p^2 + p^2 - 2p^2 \cos(\pi - 2\theta)$$

$$R^2 = 2p^2 + 2p^2 \cos 2\theta$$

$$R^2 = 2p^2(1 + \cos 2\theta)$$

$$\Rightarrow R^2 = 4p^2 \cos^2 \theta \quad (28)$$

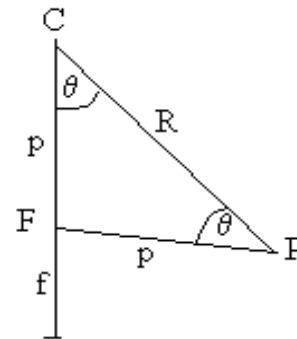


Fig 8. Triángulo CFP [4].

De dónde podemos escribir,

$$p = \frac{R}{2 \cos \theta}$$

Dado que

$$R = f + p \Rightarrow f = R - p$$

Entonces,

$$f = R \left(1 - \frac{1}{2 \cos \theta} \right) \quad (29)$$

De la expresión anterior, deducimos que el foco óptico de una lente esférica no es un punto fijo, como en el caso de los espejos parabólicos, sino que es una función del ángulo de incidencia, es decir,

$$f(\theta) = R \left(1 - \frac{1}{2 \cos \theta} \right) \quad (30)$$

En particular, notemos que la restricción de la aproximación paraxial ocurre cuando $\theta \ll 1$, y debido a la aproximación $\cos \theta \approx 1$, entonces

$$f \approx \frac{1}{2} R \quad (31)$$

En tal caso, solo los rayos que inciden cercanos al eje óptico del espejo tendrán rayos reflejados que convergen en puntos muy cercanos al que corresponde a la mitad del radio esférico [5].

En un tratamiento analítico del caso anterior, podemos seguir empleando la relación que se dedujo en el apartado C de la sección II debido a que es válida para cualquier perfil que se represente en una función polinomial.

Por otra parte, si se toma en consideración un espejo cuyo perfil sea una circunferencia (espejo esférico) de radio R y centro en $(0, R)$ podemos partir de la ecuación analítica del perfil del espejo la cual es

$$x^2 + (y - R)^2 = R^2 \quad (32)$$

Para poder emplear la ecuación (21), debemos representar al perfil esférico como una función de la forma $y(x)$; por lo que procedemos a despejar y de (32), y consideramos una única solución:

$$x^2 + (y - R)^2 = R^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2Ry = 0.$$

En consecuencia,

$$y = \frac{2R - \sqrt{4R^2 - 4x^2}}{2} \quad (33)$$

Y al reducir la expresión (33), obtenemos

$$y = R - \sqrt{R^2 - x^2} \quad (34)$$

De modo que, la derivada de (34), es

$$y'(x) = \frac{x}{\sqrt{R^2 - x^2}} \quad (35)$$

Sustituyendo (34) y (35), en (21), se obtiene:

$$f = \left(R - \sqrt{R^2 - x^2} \right) + \frac{x \left(1 - \frac{x^2}{R^2 - x^2} \right)}{\frac{2x}{\sqrt{R^2 - x^2}}}$$

$$f = \left(R - \sqrt{R^2 - x^2} \right) + \frac{\frac{x(R^2 - 2x^2)}{R^2 - x^2}}{\frac{2x}{\sqrt{R^2 - x^2}}}$$

$$f = \left(R - \sqrt{R^2 - x^2} \right) + \frac{x(R^2 - 2x^2)\sqrt{R^2 - x^2}}{2x(R^2 - x^2)}$$

$$f = \left(R - \sqrt{R^2 - x^2} \right) + \frac{R^2 - 2x^2}{2\sqrt{R^2 - x^2}}$$

$$f = R \left(1 - \frac{R}{2\sqrt{R^2 - x^2}} \right) \quad (36)$$

De las figuras 2 y 8, se tiene que $\sqrt{R^2 - x^2}$ es la longitud del segmento CQ, y así mismo, dicha longitud se puede representar también como $\frac{R}{\cos \theta}$. Por lo tanto, la ecuación (36), se puede reescribir como

$$f = R \left(1 - \frac{1}{2 \cos \theta} \right)$$

que es la misma expresión que se muestra en (30).

En la figura 9, se presenta gráficamente el comportamiento de un haz de rayos paralelos incidiendo en un espejo esférico; como puede verse. Cuanto más alejados están del centro (eje óptico) y del espejo, mayor distancia hay entre el punto donde cruzan los rayos reflejados, y el foco del espejo.

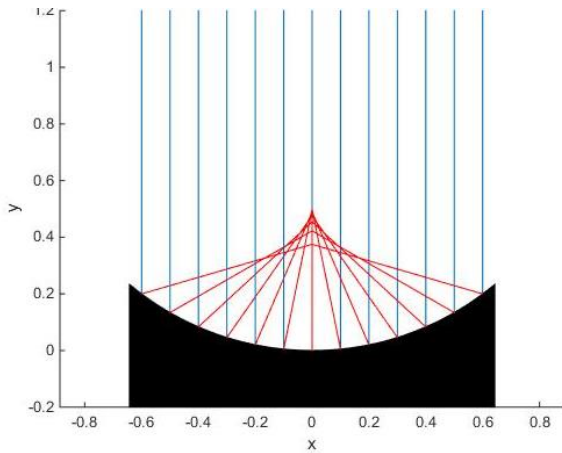


Fig 9. Aberración esférica [4].

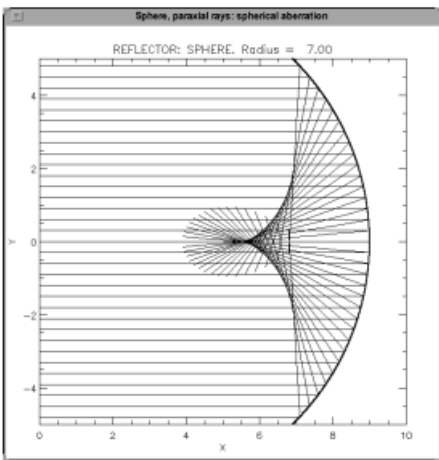


Fig 10. Aberración en una imagen causada por un espejo esférico, con rayos incidentes paralelos al eje óptico [5].

Como se observa en las figuras 7(a) y 10 bajo una situación similar, el espejo que presenta mayor aberración es el esférico, dado que para rayos incidentes, cuya lejanía al eje óptico sea significativo, sus respectivas reflexiones se alejarán más del foco del espejo; mientras que, para los espejos parabólicos, solo debemos cuidar que el ángulo de desviación de los rayos respecto al eje de simetría, sea del mínimo grado posible. La figura 7(b), muestra que esta situación, no causa tal aberración en la imagen que como lo hacen los espejos esféricos, dado que los rayos reflejados no llegan a tal dispersión. (Fig.11).

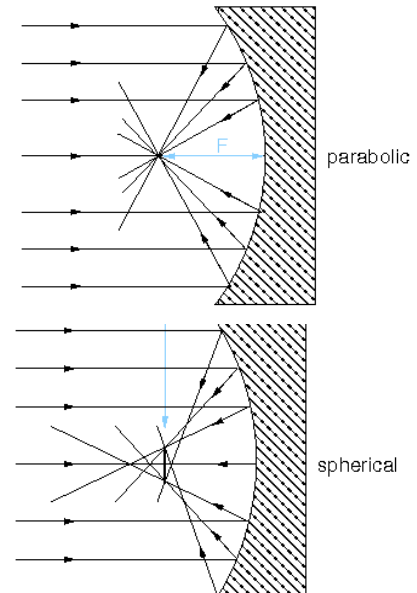


Fig 11. Comparación entre las imágenes de un espejo esférico y uno parabólico. Como los rayos son paralelos al eje de simetría, nótese que el segundo no presenta aberración [6].

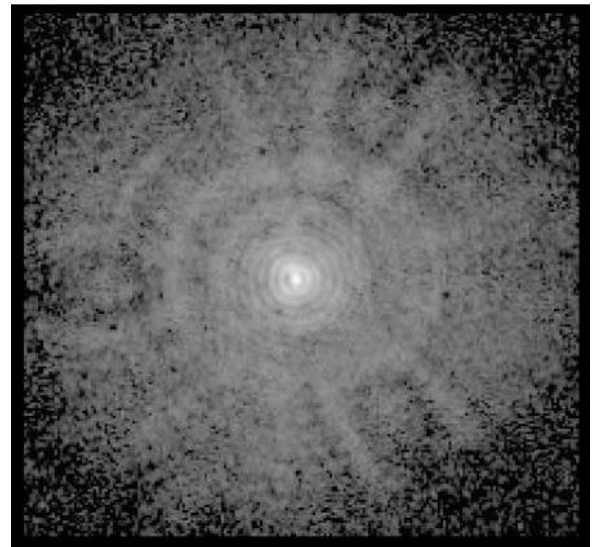


Fig 12. Aberración esférica sobre la fotografía de una estrella tomada por el telescopio espacial Hubble [6].

En la figura 12, se muestra cómo se visualiza una aberración esférica sobre la imagen de una estrella; dicha observación la realizó el telescopio espacial Hubble, y fue causada por un error durante la manufactura de su espejo primario de 2.4 metros, por lo que se tuvieron que instalar elementos ópticos correctivos para tratar de eliminar los errores de aberración.

En la figura 13, se presenta la imagen de la misma estrella, una vez que se instalaron los elementos para su corrección.

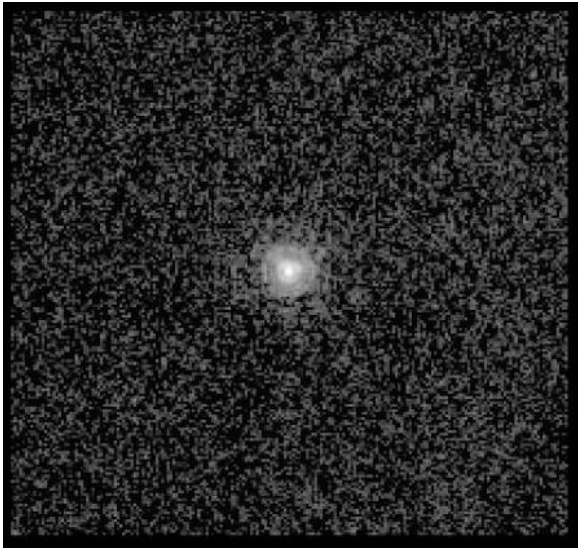


Fig 13. Imagen de la estrella de figura 12, una vez corregida la aberración óptica [6].

IV. RESULTADOS Y DISCUSIONES.

En la ecuación (22) demostramos que, en un espejo parabólico, la posición del foco no depende de ninguna cantidad variable si los rayos de luz inciden en estos paralelos al eje de simetría de la parábola, por lo que, en tal escenario no existen aberraciones ópticas.

Por otro lado, para espejos esféricos, debemos tener más cuidado con el ángulo de incidencia de los rayos, dado que se presentan aberraciones si dichos ángulos tienen gran desviación respecto al eje óptico del espejo; por lo que, si es necesario realizar una comparación, la instrumentación óptica presenta menos imágenes defectuosas al utilizar espejos parabólicos.

Lo anterior, se deduce al analizar la forma de las ecuaciones (22), (23) y (25) en el caso de un espejo parabólico, y las ecuaciones (30) y (31) para los espejos esféricos. La forma de la ecuación (23), denota que el foco óptico cumple con la condición de ser foco geométrico de la parábola; así mismo, la ecuación (25) es una solución general a la ecuación diferencial mostrada en (24), lo que traducimos en que la parábola es el único perfil geométrico para un espejo, tal que los rayos reflejados pasan por el foco si los rayos incidentes son paralelos al eje de simetría; es decir, mientras se cumpla la condición de paralelismo, el espejo parabólico no presentará aberraciones ópticas.

Caso contrario con los espejos esféricos; por la ecuación (30), deducimos que la posición de su punto focal es una función del ángulo de incidencia de los rayos, por lo que no existe manera de eliminar las aberraciones mediante cambio de posiciones del espejo respecto a los rayos que inciden,

aunque, es posible fijar un punto focal, bajo la condición de que los rayos incidentes, lleguen al espejo y estén muy cerca del eje óptico, lo que permite estimar una distancia focal de la mitad del radio geométrico del espejo. En tal caso, la imagen no presentará grandes aberraciones, de hecho, tal aproximación se hace en el estudio clásico de la óptica geométrica.

Así mismo, demostramos también que un espejo parabólico no está exento de presentar aberraciones ópticas, y esto sucede cuando los rayos paralelos que provienen de una fuente de luz distante inciden desviados en el espejo con respecto a su eje de simetría, por lo que causa que los rayos se reflejen, crucen a dicho eje en distintos puntos y formen imágenes con cierta deformación, tal como lo muestra la figura 7(b).

Los resultados anteriores, revelan la clara ventaja de los espejos parabólicos sobre los espejos esféricos en las distintas aplicaciones ópticas, y, aunque si bien, la teoría de la óptica geométrica se centra en el estudio de los espejos esféricos por simplicidad, los estándares de precisión de distintos experimentos, o los requeridos para poder hacer que ciertos instrumentos funcionen de manera eficiente, se ven claramente satisfechos por las características de un espejo parabólico.

No es de sorprender que los telescopios modernos empleen esta clase de espejos, dado que como ya se demostró, tienen la propiedad de concentrar rayos paralelos en su foco; y dicha característica, también se aprovecha para muchas otras aplicaciones, como los faros de automóviles, cocinas solares y generadores de energía solar, ya que permiten concentrar la luz incidente en un solo punto, generando mayor intensidad de flujo de luz, para iluminar, o bien, para calentar los alimentos [7].

Las aplicaciones de los espejos parabólicos van más allá de la luz visible, como puede observarse en las antenas parabólicas presentes en los radiotelescopios y las antenas de comunicaciones; la señal interceptada por las antenas es concentrada en una región muy pequeña (análoga al foco), y se amplifica, para después estudiarla mediante un receptor. Esa técnica permite captar señales lejanas o muy débiles.

Y en el caso de los radiotelescopios, las señales captadas provienen de fenómenos como colapsos de materia en agujeros negros, o de supernovas.

V. CONCLUSIONES

Se demostró que los espejos parabólicos concentran a los rayos incidentes en su punto focal, y que dicha propiedad es única de los perfiles parabólicos. Así mismo, como consecuencia, los espejos parabólicos pueden no presentar aberraciones ópticas, si la situación permite situarlos de tal

forma que los rayos incidentes sean paralelos al eje de simetría, lo que ofrece una clara ventaja sobre los espejos esféricos, que, en cualquier situación, presentan aberraciones.

Los métodos de demostración empleados arrojan el mismo resultado, en el caso ideal, la colocación del foco óptico en un espejo parabólico no depende de la posición en la que los rayos inciden, sino que coincide con el foco geométrico del perfil, y todos los rayos convergen en ese punto, otra ventaja sobre los espejos esféricos, dado que en estos, se deben aproximar los rayos muy cercanos al eje óptico, para que la mayoría se acerque a un punto de convergencia posicionado en la mitad del radio geométrico del espejo.

Aunque los espejos parabólicos pueden no presentar aberraciones, existen situaciones en las que estas se presenten en las imágenes, tal es el caso de un haz de rayos paralelos, que incida desviado respecto al eje de simetría del espejo; en tal escenario, los rayos convergen en puntos distintos al foco, provocando errores en las imágenes.

Finalmente, las aplicaciones en los espejos parabólicos en la investigación científica, y en los avances tecnológicos, es de mayor grado que los espejos esféricos, dado que no tienen restricciones, y son confiables cuando se requieren aplicaciones de precisión, medición, e incluso, de instrumentos que dependan de dichos espejos para poder desempeñar funciones particulares que requieren un alto desempeño (tal es el caso de los telescopios espaciales).

REFERENCIAS

- [1] Zhong, R., Tang, X., Wang, Q., Wang, C., & Li, Z. (2007). Design and application of non-spherical focus mirror based on analytical function theory. En L. Yang, Y. Chen, E.-B. Kley, & R. Li (Eds.), *3rd International Symposium on Advanced Optical Manufacturing and Testing Technologies: Advanced Optical Manufacturing Technologies*. SPIE.
- [2] *GeoGebra*. (s/f). GeoGebra. Recuperado el 27 de junio de 2022, de <https://www.geogebra.org/?lang=es>
- [3] *El espejo esférico y el espejo parabólico*. (s/f). Ehu.es. Recuperado el 21 de junio de 2022, de <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/ondas/parabolico/parabolico.html>
- [4] *El espejo parabólico*. (s/f). Ehu.es. Recuperado el 21 de junio de 2022, de http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/ondas/parabolico/parabolico_1.html
- [5] *Physics 5B*. (s/f). Ucsd.edu. Recuperado el 20 de junio de 2022, de <http://scipp.ucsd.edu/~haber/ph5B/parabolic09.pdf>
- [6] (S/f). Shef.ac.uk. Recuperado el 20 de junio de 2022, de <http://slittlefair.staff.shef.ac.uk/teaching/phy217/lectures/telescopes/L07/index.html>
- [7] *Espejos parabólicos - Física*. (2021, abril 18). Definiciones y conceptos. <https://definicionesyconceptos.com/espejos-parabolicos-fisica-informacion-escolar/>