Correcciones Radiativas a la Polarización Transversal del Muón en los Decaimientos Semileptónicos de Kaones Neutros.

J. Vieyra[1], M. Neri [1], A. Hernández-Galeana[1]
[1]Departamento de Física, ESFM-IPN, México D.F., México
Teléfono (55) 5729-6000 Ext. 55017 Fax (55) 5729-55015 E-mail: jvieyra.phys@gmail.com

Resumen — **En este trabajo se presentan evaluaciones numéricas de las componentes del vector de polarización del muón en los decaimientos semileptónicos de kaones neutros donde el muón saliente está polarizado.**

Palabras Clave – **Correcciones radiativas, polarización, decaimientos semileptónicos de kaón neutro.**

Abstract — **We give in this work numerical values for the components of the muon's polarization vector in semileptonic decays of neutral kaons where the outgoing muon is polarized.**

Keywords — **Radiative corrections, polarization, neutral kaon semileptonic decays.**

I. INTRODUCCIÓN

La simetría CPT es el resultado de unificar tres transformaciones de simetría C, P y T, las cuales intercambian partículas por antipartículas, *x* por –*x* y *t* por –*t*, respectivamente. La invariancia CPT es una ley de conservación absoluta, sin embargo existen procesos como el de interacciones débiles que violan la simetría CP. Así pues si CPT es una ley de conservación entonces una violación de CP obliga a que la simetría de inversión temporal T sea violada.

Los kaones juegan un papel muy importante en el estudio de las simetrías antes mencionadas ya que en 1964 Christenson *et al.* [1], descubrieron experimentalmente que el decaimiento de un kaón neutro $K_L^0 \rightarrow$ dos piones, viola la simetría CP. Como la desintegración débil de los kaones neutros no es invariante bajo CP, y dado que se admite la invariancia CPT, necesariamente este proceso no es invariante bajo T.

La violación de T había sido sugerida por Sakurai [2] ¿, donde se propone buscarla en la polarización transversal (P_T) del muón en el decaimiento $K^+ \rightarrow \pi^0 \mu^+ \nu$. P_T es la componente de la polarización normal al plano de decaimiento (plano formado por los trimomentos del pión y del muón) y se define como la correlación entre estos dos y el vector de spin del muón. Un valor distinto de cero para P_T indicaría una clara evidencia de la violación de la simetría T, concretamente, la cantidad buscada dentro de la componente transversal de la polarización es la parte imaginaria del parámetro $\xi(q^2) = f_-/f_+$, donde f_- y f_+ son los factores de forma que se incluyen en el vértice de interacción débil y q es la transferencia de cuadrimomento.

Desde un punto de vista teórico la evaluación de la polarización del muón en los decaimientos semileptónicos $K_{\mu 3}$ surge de manera natural pues los efectos de la polarización del spin se implementan al nivel de la amplitud de transición, de hecho, se sabe que el muón está completamente polarizado en cada punto de la gráfica de Dalitz. Para efectuar el análisis, son necesarios tres elementos, primero el proyector de spin, la regla de transformación de los cuadrimomentos y la base ortonormal para describir la polarización.

Por otro lado, las Correcciones Radiativas CR, generan alteraciones en los resultados en las polarizaciones longitudinal, normal y transversal y por ende en la total. Así pues, es preciso introducir correcciones radiativas y observar el efecto de estas en la componente transversal P_T, asociada a la violación de inversión temporal.

Para hacer un análisis más general, se supondrá que los factores de forma son complejos para poder extraer $Im\,\xi$ con el objetivo de obtener expresiones analíticas que permitan su evaluación numérica.

El artículo se organiza de la siguiente manera. En la sección II se presenta la gráfica de Dalitz a orden cero del proceso $K^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu$. También se indica la notación y las convenciones que se tomarán en cuenta a lo largo de este trabajo y se da la evaluación numérica de las tres componentes del vector de polarización sin correcciones. En la sección III se introducen las CR virtuales, de acuerdo a las expresiones de [3]. Posteriormente en la sección IV se estudian las CR Bremsstrahlung, también de [3]. En este trabajo sólo se trata el término $|M_{B1}|^2$ y a su contribución con P_T. Los resultados obtenidos con correcciones radiativas se muestran en la sección V, y finalmente en la sección VI se presentan las conclusiones.

II. DECAIMIENTOS SEMILEPTÓNICOS

El proceso que se va a estudiar es el siguiente

$$K^0(p_1) \rightarrow \pi^-(p_2) + \mu^+(l) + \nu_\mu(p_\nu), \tag{1}$$

que es un decaimiento semileptónico de un kaón neutro, los términos entre paréntesis denotan a los cuadrimomentos de las partículas involucradas en el proceso.

La amplitud de transición del proceso (1) está dada de la siguiente manera

$$M_0 = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{us} W_\alpha L_\alpha, \tag{2}$$

donde G_F es la constante de Fermi, V_{us} es el elemento de la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa para el cambio de sabor $s \to u$, W_α y L_α representan a las corrientes hadrónica y leptónica respectivamente y cuya forma explícita se muestra a continuación

$$W_\alpha = f_+[2p_{1\alpha} - (1-\xi)q_\alpha];\ \ L_\alpha = \bar{u}_\nu O_\alpha \nu_\mu, \tag{3}$$

con $q_\alpha = p_1 - p_2$ la transferencia de cuadrimomento, ν_μ y $\bar{u}_\nu$ son los espinores de Dirac para las partículas correspondientes y $O_\alpha = \gamma_\alpha(1+\gamma_5)$.

Para considerar la polarización del muón emitido, se introduce el operador de proyección de spin del muón

$$\sum(s) = \frac{1-\gamma_5(\gamma^\mu s_\mu)}{2}. \tag{4}$$

Los efectos de la polarización del espín pueden observarse haciendo la sustitución $\nu_\mu(l) \to \Sigma(s)\nu_\mu(l)$ en el espinor presente en la amplitud de transición. Posteriormente se calcula el módulo al cuadrado de esta nueva amplitud y se hace la suma sobre espines en el estado final, en este caso resulta lo siguiente

$$\sum_s |M_0|^2 = \frac{1}{2}\left[\sum_s |M_0{}'|^2 - \sum_s \left|M_0{}^{(s)}\right|^2\right] \tag{5}$$

donde el primer y segundo sumando contienen la parte independiente y dependiente de espín respectivamente.

La tasa de decaimiento sin correcciones para el proceso se escribe de la siguiente manera

$$\begin{aligned} d\Gamma_0 = \frac{1}{2M_1} \frac{d^3p_2}{2E_2(2\pi)^3} \frac{m}{E} \frac{d^3l}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_\nu}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \\ \times \delta^4(p_1 - p_2 - l - p_\nu) \sum_s |M_0|^2 \end{aligned} \tag{6}$$

Es conveniente evaluar $d\Gamma_0$ en el marco de referencia del kaón, dejando las energías del muón y del pión E y E_2 como variables independientes, lo cual conduce a la gráfica de Dalitz. La integral no trivial es la del ángulo polar del pion, que se denota como θ_2

$$d\Gamma_0 = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{mm_\nu}{2M_1} dE dE_2 \int_{-1}^{1} dy \delta(y - y_0) \sum_s |M_0|^2, \tag{7}$$

donde $y = cos\theta_2$ y

$$y_0 = \frac{{E_\nu^0}^2 - p_2^2 - l^2}{2p_2 l} \tag{8}$$

es el coseno del ángulo entre $\boldsymbol{p_2}$ y $\boldsymbol{l}$. Por conservación de energía $E_\nu^0 = M_1 - E_2 - E$.

Hasta este punto, es posible obtener la tasa total de decaimiento, la cual se puede separar en una parte independiente de espín y otra dependiente de espín de la siguiente manera

$$d\Gamma_0(K_{\mu3}^0) = \frac{1}{2}\Gamma_0{}' + \frac{1}{2}\Gamma_0{}^{(s)} \tag{9}$$

El espín del muón en el marco de referencia del kaón está relacionado con su vector $\hat{s}_R$ en el marco de referencia del muón de acuerdo a las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} s_0 &= \frac{1}{m}\hat{s}_R \cdot \vec{l}, \\ s_{||} &= \frac{E}{m}(\hat{s}_R \cdot \hat{l})\hat{l}, \\ s_\perp &= \hat{s}_R - (\hat{s}_R \cdot \hat{l})\hat{l}, \end{aligned} \tag{10}$$

la manera más general de expresar a un cuadrivector arbitrario $a = (a_0, \boldsymbol{a})$ en el sistema de referencia del kaón se muestra a continuación

$$s \cdot a = \hat{s}_R \cdot \left[\frac{\boldsymbol{l}}{m}\left(a_0 - \frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{l}}{E+m}\right) - \boldsymbol{a}\right]. \tag{9}$$

El vector de polarización del muón a orden cero se construye con sus componentes longitudinal, transversal y normal. De manera explícita tiene la siguiente expresión

$$\boldsymbol{P}_0 = \frac{\vec{a}_0^{(s)}}{a_0} = P_{L0}\hat{\epsilon}_L + P_{T0}\hat{\epsilon}_T + P_{N0}\hat{\epsilon}_N, \tag{10}$$

La base ortonormal dada en (10) se define como sigue

$$\begin{aligned} \hat{\epsilon}_L &= \frac{\vec{l}}{|\vec{l}|}, \\ \hat{\epsilon}_T &= \frac{\vec{p_2} \times \vec{l}}{\left|\overrightarrow{\vec{p_2} \times l}\right|}, \\ \hat{\epsilon}_N &= \hat{\epsilon}_L \times \hat{\epsilon}_T. \end{aligned} \tag{11}$$

$\hat{\epsilon}_L$ es la dirección paralela al momento del muón, $\hat{\epsilon}_T$ es perpendicular al plano de decaimiento y $\hat{\epsilon}_N$ es normal al plano y al momento del muón.
Empleando la regla de oro de Fermi, a orden cero la gráfica de Dalitz está dada por la siguiente expresión

$$d\Gamma_0{}'(E, E_2) = a_0{}' d\Omega \tag{12}$$

con

$$a_0{}' = 2M_1 E E_\nu^0 - M_1^2(E_{2m} - E_2) - m^2 Re(1-\xi)E_\nu^0 + \frac{1}{4}m^2(E_{2m} - E_2)|1-\xi|^2 \tag{13}$$

y el espacio fase

$$d\Omega' = \frac{C_K^2 G_F^2 |V_{us}|^2 |f_+|^2}{4\pi^3} dE dE_2. \tag{14}$$

De manera análoga la parte dependiente de espín contribuye de la siguiente manera

$$d\Gamma_0{}^{(s)} = \hat{s}_R \cdot \boldsymbol{a}_0{}^{(s)} d\Omega', \tag{15}$$

donde $\boldsymbol{a}_0{}^{(s)}$ es un vector que depende tanto de las energías E y E_2 como de las masas de las partículas, se puede escribir en forma compacta como sigue

$$\boldsymbol{a}_0{}^{(s)} = \Lambda_{L0}\hat{\epsilon}_L + \Lambda_{T0}\hat{\epsilon}_T + \Lambda_{N0}\hat{\epsilon}_N \tag{16}$$

donde las funciones Λ_{X0} se definen como

$$\Lambda_{L0} = M_1[lE_\nu^0 - E(l + p_2 y_0)] + m^2(l + p_2 y_0)Re(1-\xi) - \frac{m^2}{4M_1}|1-\xi|^2[lE_\nu^0 + E(l + p_2 y_0)] \tag{17}$$

$$\Lambda_{T0} = m p_2 l\sqrt{1 - y_0^2}\, Im(\xi) \tag{18}$$

$$\Lambda_{N0} = -m p_2 \sqrt{1 - y_0^2} M_1 - E Re(1-\xi) + \frac{m^2}{4M_1}|1-\xi|^2. \tag{19}$$

Una forma alternativa de escribir la tasa de decaimiento es la siguiente

$$d\Gamma_0 = \frac{1}{2} d\Gamma_0'[1 + \hat{s}_R \cdot \boldsymbol{P}_0], \tag{20}$$

donde $\boldsymbol{P}_0$ es el vector de polarización definido en (10) y cuyas componentes están dadas por

$$P_{X0} = \frac{\Lambda_{X0}}{a_0{}'}. \tag{21}$$

A continuación, en la Tabla I, se muestran los resultados de una evaluación numérica en varios puntos de la gráfica de Dalitz (E, E_2) para las componentes de la polarización del muón. La dirección de la polarización dependerá del parámetro $\xi(q^2)$. Los valores que se toman para hacer la evaluación numérica son [4]: $\xi(q^2) = \xi(0)[1 + \lambda_+(q^2/M_1^2)]^{-1} - 0.006i$, con $\xi(0) = -0.126$, $\lambda_+ = 2.97 \pm 0.05$, $M_1 = 493.677 \pm 0.016$ Mev, $M_2 = 139.57061 \pm 0.00024$ Mev y $m = 105.6583745 \pm 0.000002$ Mev.

TABLA I.
EVALUACIÓN NUMÉRICA PARA LAS COMPONENTE DEL VECTOR DE POLARIZACIÓN DEL MUÓN SIN CORRECCIONES. LAS ENTRADAS CORRESPONDEN A: $(a)P_{L0}, (b)P_{N0}, (c)P_{T0}$.

$E_2 \backslash E$	0.112398	0.125877	0.139356	0.152835	0.166314	0.179793	0.193272	0.206752	0.220231	0.23371
(a)										
0.251282						0.99684576	0.99457249	0.99248305	0.98878635	0.97027087
0.239523		0.97153383	0.95865105	0.96055852	0.96416237	0.9668917	0.96785889	0.96580083	0.9558228	0.88176898
0.227764	0.76736948	0.82053975	0.86926295	0.89964961	0.91855586	0.92982114	0.93490846	0.93262726	0.91324758	0.72848418
0.216005	0.22030841	0.60739739	0.74839676	0.81975123	0.85997683	0.88282578	0.8933178	0.89034857	0.85628772	0.40049118
0.204246	-0.69332189	0.28414604	0.57606612	0.71047338	0.78207257	0.82139017	0.83926101	0.83472357	0.77637044	-0.78537111
0.192487		-0.26365502	0.31080302	0.55214345	0.67352452	0.73776279	0.76625517	0.75838411	0.65640373	
0.180727			-0.14980495	0.30245992	0.51201853	0.61742498	0.66236994	0.64730308	0.45669791	
0.168968				-0.14917513	0.24661125	0.42964591	0.50298549	0.47107771	0.05918644	
0.157209					-0.26986248	0.09609199	0.22781207	0.14918644		
0.14545						-0.65959319	-0.3603917	-0.62467962		
(b)										
0.251282						-0.07936293	-0.10404535	-0.12238124	-0.14933555	-0.2420184
0.239523		-0.2369007	-0.28458386	-0.27807739	-0.26531211	-0.25518603	-0.25149247	-0.25928311	-0.29394055	-0.47167534
0.227764	-0.64120506	-0.57158911	-0.4943494	-0.43661177	-0.39529006	-0.36801023	-0.35488696	-0.36083852	-0.40740097	-0.68505366
0.216005	-0.97543009	-0.79439764	-0.6632505	-0.57271864	-0.5103316	-0.46969866	-0.449423	-0.45527608	-0.51649399	-0.91628867
0.204246	-0.72062789	-0.9587804	-0.81740211	-0.7037227	-0.62318556	-0.57036438	-0.54372571	-0.55066507	-0.63027062	-0.61901718
0.192487		-0.96461643	-0.9504732	-0.8337475	-0.73916274	-0.67505729	-0.6425328	-0.65180303	-0.75440233	
0.180727			-0.98871437	-0.95316025	-0.85897192	-0.78662656	-0.74917275	-0.76222703	-0.88961307	
0.168968				-0.98880887	-0.96911169	-0.90299377	-0.86429005	-0.88208514	-0.99823712	
0.157209					-0.9628961	-0.99536842	-0.97369971	-0.98880173		
0.14545						-0.75161975	-0.93279589	-0.78087536		
(c)										
0.251282						-0.00022796	-0.00034979	-0.00047664	-0.00066918	-0.00124224
0.239523		-0.00026696	-0.00044422	-0.00055123	-0.00064048	-0.00073218	-0.00084445	-0.00100841	-0.00131507	-0.00241667
0.227764	-0.00038862	-0.00064374	-0.00077111	-0.00086479	-0.00095337	-0.00105478	-0.00119019	-0.00140148	-0.00181987	-0.00350383
0.216005	-0.0005909	-0.00089415	-0.00103387	-0.0011335	-0.00122973	-0.00134486	-0.00150548	-0.00176594	-0.00230376	-0.00467865
0.204246	-0.00043634	-0.00107857	-0.00127332	-0.00139172	-0.00150037	-0.00163148	-0.00181934	-0.00213323	-0.00280721	-0.00315563
0.192487		-0.00108455	-0.00147968	-0.00164766	-0.00177811	-0.0019291	-0.00214762	-0.00252193	-0.00335543	
0.180727			-0.00153828	-0.00188232	-0.00206464	-0.00224585	-0.00250143	-0.00294567	-0.0039515	
0.168968				-0.00195138	-0.00232755	-0.00257578	-0.00288287	-0.00340495	-0.00442823	
0.157209					-0.00231087	-0.00283682	-0.00324461	-0.00381263		
0.14545						-0.00214033	-0.00310535	-0.00300766		

TABLA II.
EVALUACIÓN NUMÉRICA PARA LA MAGNITUD DEL VECTOR DE POLARIZACIÓN A ORDEN CERO.

$E_2 \backslash E$	0.112398	0.125877	0.139356	0.152835	0.166314	0.179793	0.193272	0.206752	0.220231	0.23371
0.251282						1	1	1	1	1
0.239523		1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.227764	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.216005	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.204246	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.192487		1	1	1	1	1	1	1	1	
0.180727			1	1	1	1	1	1	1	
0.168968				1	1	1	1	1	1	
0.157209					1	1	1	1		
0.14545						1	1	1		

Se finaliza esta sección remarcando que en cada punto de la región cinemática de la gráfica de Dalitz, la magnitud del vector de polarización es igual a 1.
Con estos resultados se termina el estudio a orden cero de la polarización, en la siguiente sección se incluyen correcciones radiativas virtuales para ver los posibles efectos en la polarización del muón

III. CORRECCIONES RADIATIVAS VIRTUALES

La amplitud de transición con CR virtuales es la siguiente [3]

$$M_V = M_0\left[1 + \frac{\alpha}{2\pi}\Phi_n\right] - \frac{\alpha}{2\pi}M_{p_2}\Phi_n', \tag{22}$$

donde M_0 tiene la misma forma que en (2) y

$$M_{p_2} = \frac{1}{m}\frac{G}{\sqrt{2}} W_\alpha \bar{u}_\nu (p_2^\sigma \gamma_\sigma) O_\alpha \nu_\mu. \tag{22}$$

Las expresiones explícitas de las funciones Φ_n y Φ_n' se pueden consultar en las ecuaciones (15) y (16) de [3]. Es importante mencionar que la función Φ_n contiene una divergencia infrarroja que se tratará en la siguiente sección con las CR Bremsatrahlung.
La cantidad $\sum_s |M_V|^2$ al igual que a orden cero puede separarse en dos partes una independiente de espín y otra dependiente de espín, los detalles de la primera pueden

consultarse en [3] mientras que la segunda se analiza en este trabajo. Al igual que en la sección anterior, para visualizar los efectos de la polarización, se hace la sustitución $\nu_\mu(l) \rightarrow \Sigma(s)\nu_\mu(l)$ en el espinor del muón, de esta manera la tasa de decaimiento para los muones polarizados incluyendo correcciones radiativas virtuales tiene la siguiente expresión

$$d\Gamma_V = d\Omega \hat{s}_R \cdot \left\{ \boldsymbol{a}_0^{(s)} \left[1 + \frac{\alpha}{\pi} \Phi_n \right] + \frac{\alpha}{\pi} \mathrm{Re} \Phi_n' \left[\boldsymbol{a}_V^{(s)} \right] \right\} \quad (23)$$

Donde $\boldsymbol{a}_0^{(s)}$ se define en (16) y

$$\boldsymbol{a}_V'^{(s)} = \frac{E\,E_2 - l p_2 y_0}{m^2} \boldsymbol{a}_0^{(s)} - \left[\frac{l E_2 - p_2 E y_0}{m^2} a_0' \right] \hat{\epsilon}_L + \left[\frac{p_2}{m} \sqrt{1 - y_0^2} a_0' \right] \hat{\epsilon}_N \quad (24)$$

La ecuación (23) contiene un término en la función Φ_n que encierra una divergencia infrarroja, la cual se estudia en la siguiente sección al implementar las CR Bremsstrahlung.

IV. CR BREMSSTRAHLUNG A LA POLARIZACIÓN DEL MUÓN

Las CR bremsstrahlung se introducen cuando se considera la emisión de un fotón real, es decir, el proceso a estudiar es el siguiente

$$K^0(p_1) \rightarrow \pi^-(p_2) + \mu^+(l) + \nu_\mu(p_\nu) + \gamma(k), \quad (25)$$

El fotón se representa con la letra γ y tiene cuadrimomento $k = (\omega, \boldsymbol{k})$.
De acuerdo al teorema de Low [5], la amplitud de transición bremsstrahlung puede escribirse como la siguiente sumatoria

$$M_B = \sum_{i=1}^{4} M_{B_i}, \quad (26)$$

con

$$M_{B_1} = -e M_0 \left[\frac{l \cdot \epsilon}{l \cdot k} - \frac{p_2 \cdot \epsilon}{p_2 \cdot k} \right], \quad (27)$$

$$M_{B_2} = -\frac{eG}{\sqrt{2}} W_\alpha \bar{u}_\nu O^\alpha \frac{(\gamma^\beta k_\beta)(\gamma^\delta \epsilon_\delta)}{2 l \cdot k} \nu_\mu, \quad (28)$$

$$M_{B_3} = -\frac{eG}{\sqrt{2}} (f_+ - f_-) \left[-\frac{p_2 \cdot \epsilon}{p_2 \cdot k} k_\alpha + \epsilon_\alpha \right] \bar{u}_\nu O^\alpha \nu_\mu, \quad (29)$$

la forma explícita de M_{B_4} no se incluye en este trabajo, su contribución es despreciable pues aporta términos del orden q^2/M_1^2 [3].

De todas las contribuciones a la tasa de decaimiento, se tiene un interés particular en la expresión proveniente de $\sum_{s,\epsilon} |M_{B1}|^2$

$$d\Gamma_{B1} = \frac{\alpha}{\pi} d\Omega' \left[I_{0n} (\boldsymbol{a}_0^{(s)} \cdot \hat{s}_R) + \frac{l p_2}{4\pi} \int_{-1}^{y_0} dy \int d\Omega_k \frac{\omega}{D} (\hat{s}_R \cdot \boldsymbol{a}_{B1}) \right] \quad (30)$$

donde I_{0n} encierra el término que contiene la parte divergente infrarroja que se cancela con el término divergente dentro de la función Φ_n en (23). De esta manera las expresiones analíticas obtenidas hasta el momento están libres de divergencias infrarrojas y pueden ser evaluadas numéricamente.

V. VECTOR DE POLARIZACIÓN DEL MUÓN CON CORRECCIONES RADIATIVAS

Se define la polarización total de la siguiente manera

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_0 + \boldsymbol{P}_{RC} \quad (31)$$

donde $\boldsymbol{P}$ y $\boldsymbol{P}_{RC}$ tienen la siguiente forma

$$\boldsymbol{P}_{RC} = \frac{\alpha}{\pi} \frac{\boldsymbol{a}_0^{(s)} - a \boldsymbol{P}_0}{a_0' + (\alpha/\pi) a} = P_{LRC} \hat{\epsilon}_L + P_{TRC} \hat{\epsilon}_T + P_{NRC} \hat{\epsilon}_N \quad (32)$$

$$\boldsymbol{P} = \frac{\boldsymbol{a}_0^{(s)} + (\alpha/\pi) \boldsymbol{a}^{(s)}}{a_0' + (\alpha/\pi) a} \quad (33)$$

con

$$\boldsymbol{a}^{(s)} = [Re(\Phi_n) + I_{0n}] \boldsymbol{a}_0^{(s)} + Re(\Phi_n') \boldsymbol{a}_V^{(s)} + \boldsymbol{a}_B^{(s)} \quad (34)$$

$$a = [Re(\Phi_n) + I_{0n}] a_0' + Re(\Phi_n') a_V' + a_B' \quad (35)$$

La contribución que se hace en este trabajo es calcular tanto analítica como numéricamente cada término de la expresión (34).

En las tablas III y IV se presentan las evaluaciones numéricas de las componentes de (32) y (33) respectivamente.

La magnitud del vector de polarización tiene la siguiente forma

$$|\boldsymbol{P}| = \sqrt{(P_{L0} + P_{LRC})^2 + (P_{T0} + P_{TRC})^2 + (P_{N0} + P_{NRC})^2} \quad (36)$$

La evaluación numérica para (36) se presenta en la tabla V.

Posteriormente se efectúa la integración sobre las energías del muón E y del pión E_2 para calcular las componentes del vector de polarización total del muón, que se muestran en la tabla VI.

TABLA III.
VALORES DE LA CORRECCIÓN RADIATIVA A LAS COMPONENTES DE LA POLARIZACIÓN DEL MUÓN. LAS ENTRADAS CORRESPONDEN A $(a)P_{LRC}, (b)P_{TRC}, (c)P_{NRC}$.

E2\E	0.112398	0.125877	0.139356	0.152835	0.166314	0.179793	0.193272	0.206752	0.220231	0.23371
(A)										
0.251282						-0.000168407	0.000113509	0.000866421	0.002386500	0.006744420
0.239523		-0.000425147	-0.000872033	-0.000854405	-0.000490180	0.000182495	0.001196750	0.002706420	0.005248010	0.012436000
0.227764	0.000691265	0.001573100	0.001616860	0.001254270	0.000555951	0.000448664	0.001813450	0.003738910	0.006909960	0.015897400
0.216005	-0.000773332	-0.001984890	-0.002056220	-0.001544640	-0.000650894	0.000572376	0.002181180	0.004402840	0.008013180	0.017276300
0.204246	0.001045420	-0.001825230	-0.002265990	-0.001778240	-0.000787496	0.000582577	0.002368240	0.004804090	0.008705040	0.005172370
0.192487		-0.000649834	-0.002155020	-0.001938430	-0.000961621	0.000488568	0.002393420	0.004968440	0.008974480	
0.180727			-0.001469510	-0.001973610	-0.001177630	0.000779752	0.002743610	0.004872150	0.008656350	
0.168968				-0.001839630	-0.001459560	-0.000098433	0.001857450	0.004419120	0.007090370	
0.157209					-0.002158010	-0.000871226	0.001041470	0.003328120		
0.14545						0.003347770	0.000893724	0.000757668		
(B)										
0.251282						0.0000211851	0.0000372381	0.0000458593	0.0000450015	0.0000218945
0.239523		0.0000261660	0.0000627918	0.0000858727	0.0000998173	0.0001057220	0.0001031920	0.0000900666	0.0000601163	-0.0000092763
0.227764	0.0000363008	0.0000790766	0.0001055950	0.0001212390	0.0001273120	0.0001238900	0.0001098430	0.0000820775	0.0000331360	-0.0000510059
0.216005	0.0000314312	0.0000719823	0.0000983836	0.0001123510	0.0001148200	0.0001068340	0.0000842091	0.0000468685	-0.0000122155	-0.000071573
0.204246	-0.0000104173	0.0000243146	0.0000536173	0.0000694292	0.0000717013	0.0000606185	0.0000354022	-0.0000060074	-0.0000648317	-0.0000173118
0.192487		-0.0000488736	0.0000231858	-0.0000087105	0.0000017733	-0.0000074082	-0.0000313664	-0.0000699016	-0.0001143670	
0.180727			-0.0001265570	-0.0001057230	-0.0000933192	-0.0000953377	-0.0001114210	-0.0001373240	-0.0001456010	
0.168968				-0.0002353090	-0.0002123320	-0.0001994280	-0.0001975710	-0.0001954440	-0.0001277810	
0.157209					-0.0003498700	-0.0003092790	-0.0002720100	-0.0002133660		
0.14545						-0.0003683110	-0.0002609600	-0.0000834640		
(C)										
0.251282						0.000071783	0.000077855	0.000056607	-0.000032122	-0.000491506
0.239523		0.000118386	0.000186296	0.000187205	0.000147433	0.000078393	-0.000022090	-0.000176279	-0.000470832	-0.001558540
0.227764	0.000449147	0.000687153	0.000613016	0.000460258	0.000285476	0.000099349	-0.000109052	-0.000378065	-0.000837161	-0.002470680
0.216005	0.001523840	0.001561300	0.001208770	0.000831820	0.000484830	0.000162815	-0.000161352	-0.000545699	-0.001164570	-0.00333897
0.204246	0.001476750	0.002551260	0.001942710	0.001301380	0.000749193	0.000269801	-0.000183233	-0.000691009	-0.001478560	-0.002134970
0.192487		0.003082740	0.002742460	0.001859110	0.001075940	0.000415581	0.000183281	0.000827704	0.001801500	
0.180727			0.003215640	0.002431640	0.001439550	0.000582519	-0.000179296	-0.000976598	-0.002153420	
0.168968				0.002641120	0.001729560	0.000713232	-0.000214248	-0.001176000	-0.002490390	
0.157209					0.001479270	0.000618522	-0.000400881	-0.001491710		
0.14545						-0.000213482	-0.000967454	-0.001599140		

TABLA IV.
VALORES DE LAS COMPONENTES DE LA POLARIZACIÓN DEL MUÓN CON CORRECCIONES RADIATIVAS. LAS ENTRADAS CORRESPONDEN A $(a)P_L, (b)P_T, (c)P_N$.

E2\E	0.112398	0.125877	0.139356	0.152835	0.166314	0.179793	0.193272	0.206752	0.220231	0.23371
(A)										
0.251282						0.996688000	0.994701000	0.993362000	0.991163000	0.976868000
0.239523		0.971114000	0.957791000	0.959717000	0.963683000	0.967077000	0.969043000	0.968463000	0.960946000	0.893674000
0.227764	0.766690000	0.819036000	0.867664000	0.898407000	0.918001000	0.930252000	0.936675000	0.936263000	0.919918000	0.743453000
0.216005	0.219567000	0.605447000	0.746367000	0.818219000	0.859318000	0.883362000	0.895419000	0.894593000	0.863959000	0.416370000
0.204246	-0.692247000	0.282373000	0.573841000	0.708713000	0.781273000	0.821921000	0.841519000	0.839316000	0.784627000	-0.781137000
0.192487		0.264249000	0.308707000	0.550234000	0.672551000	0.738187000	0.768511000	0.768089000	0.664818000	
0.180727			-0.151259000	0.300504000	0.510822000	0.617619000	0.664439000	0.651846000	0.464655000	
0.168968				-0.151012000	0.245124000	0.429448000	0.504637000	0.475106000	0.065473900	
0.157209					-0.272070000	0.095101600	0.228613000	0.152064000		
0.14545						-0.663064000	-0.361534000	-0.624266000		
(B)										
0.251282						0.0002076720	0.0003141440	0.0004327670	0.0006261770	0.0012215500
0.239523		-0.0002419340	-0.0003841710	-0.0004691160	-0.0005450320	-0.0006310980	-0.0007458240	-0.0009224420	-0.0012579200	-0.0024263100
0.227764	-0.0003539800	-0.0005682790	-0.0006702990	-0.0007490180	-0.0008317880	-0.0009364960	-0.0010854200	-0.0013234300	-0.0017889000	-0.0035535300
0.216005	-0.0005611210	-0.0008257360	-0.0009402100	-0.0010264600	-0.0011203300	-0.0012441000	-0.0014255300	-0.0017219200	-0.0023165300	-0.004747400
0.204246	-0.0004466050	-0.0010559500	-0.0012227600	-0.0013260400	-0.0014325800	-0.0015743000	-0.0017864200	-0.0021401500	-0.0028705600	-0.0031701500
0.192487		0.0011318100	0.0015027200	0.0016522200	0.0017775000	0.0019373800	0.0021789600	0.0025903100	0.0034651500	
0.180727			-0.0016598200	-0.0019845200	-0.0021552700	-0.0023386000	-0.0026097000	-0.0030787300	-0.0040916100	
0.168968				-0.0021766800	-0.0025318100	-0.0027681200	-0.0030735500	-0.0035932800	-0.0045499700	
0.157209					-0.0026447900	-0.0031332600	-0.0035056500	-0.0040168200		
0.14545						-0.0024892800	-0.0033532200	-0.0030861900		
(C)										
0.251282						-0.079788900	-0.103963000	-0.122321000	-0.149369000	-0.242537000
0.239523		-0.236778000	-0.284389000	-0.277880000	-0.265154000	-0.255098000	-0.251508000	-0.259460000	-0.294426000	-0.473306000
0.227764	-0.640747000	-0.570889000	-0.493720000	-0.436135000	-0.394990000	-0.367900000	-0.354991000	-0.361222000	-0.408265000	-0.687620000
0.216005	-0.973905000	-0.792824000	-0.662024000	-0.571868000	-0.509830000	-0.469524000	-0.449581000	-0.455832000	-0.517696000	-0.919707
0.204246	-0.719201000	-0.956234000	-0.815448000	-0.702404000	-0.622420000	-0.570084000	-0.543908000	-0.551372000	-0.631796000	-0.620786000
0.192487		-0.961582000	-0.947742000	-0.831887000	-0.738076000	-0.674635000	-0.642719000	-0.652652000	-0.756256000	
0.180727			-0.985552000	-0.950757000	-0.857546000	-0.786065000	-0.749371000	-0.763241000	-0.891829000	
0.168968				-0.986234000	-0.967123000	-0.902309000	-0.864534000	-0.883305000	-1.000760000	
0.157209					-0.961485000	-0.994809000	-0.974145000	-0.990335000		
0.14545						-0.751845000	-0.933786000	-0.782429000		

TABLA V.
MAGNITUD DEL VECTOR DE POLARIZACIÓN DEL MUÓN.

E2\E	0.112398	0.125877	0.139356	0.152835	0.166314	0.179793	0.193272	0.206752	0.220231	0.23371
0.251282						0.999877	1.000110	1.000850	1.002370	1.006670
0.239523		0.999559	0.999111	0.999127	0.999488	1.000160	1.001170	1.002660	1.005170	1.011790
0.227764	0.999181	0.998356	0.998290	0.998670	0.999377	1.000380	1.001740	1.003630	1.006680	1.013560
0.216005	0.998841	0.997550	0.997656	0.998256	0.999194	1.000430	1.002080	1.004190	1.007520	1.010600
0.204246	0.998210	0.997027	0.997100	0.997817	0.998918	1.000330	1.002100	1.004430	1.007790	0.997392
0.192487		0.997187	0.996711	0.997373	0.998557	1.000090	1.001980	1.004360	1.007400	
0.180727			0.997021	0.997070	0.998159	0.999725	1.001650	1.003970	1.006090	
0.168968				0.997634	0.997948	0.999318	1.001150	1.003210	1.003150	
0.157209					0.999120	0.999285	1.000650	1.002060		
0.14545						1.002340	1.001210	1.000810		

TABLA VI.
COMPONENTES DEL VECTOR DE POLARIZACIÓN DEL MUÓN.

	SIN CR	CON CR
LONGITUDINAL	0.704774	0.700838
TRANSVERSAL	-0.00127695	-0.00125627
NORMAL	-0.543819	-0.545387

VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se hace un análisis de los decaimientos semileptónicos de kaones neutros, con el objetivo de estudiar la violación de la simetría T, la cual se puede observar a partir de la componente transversal de la polarización del muón saliente en el decaimiento y que está relacionada con $Im\,\xi$, que se incluye en la amplitud de transición del proceso.

En la tabla I se presentan evaluaciones numéricas para las componentes del vector de polarización del muón a orden cero.

Posteriormente la magnitud del vector de polarización se evalúa en varios puntos de la gráfica de Dalitz, en este punto se consideran las correcciones radiativas, algo importante es que los resultados alcanzados dependen de la parametrización de los factores de forma empleados, es decir, valores distintos de f_+ y f_- podrían conducir a otros escenarios.

Finalmente se hace la integración en las energías del muón y del pión para obtener los valores numéricos de cada una de las componentes del vector de polarización y se comparan los casos sin correcciones y con correcciones. Es importante mencionar que si bien el valor de la componente transversal con correcciones radiativas $P_T = -0.00125627$ es pequeño, es distinto de cero y está dentro del valor reportado en la literatura [6], [7].

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y al Instituto Politécnico Nacional. Un agradecimiento muy especial al profesor Alfonso Martínez Valdés (1949-2021).

REFERENCIAS

[1] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, y R. Turlay, Evidence for the 2π Decay of the K_2^0 meson, Phys Rev. Lett. **13**, 138 (1964).
[2] J.J. Sakurai, $K_{\mu 3}$ decay: Tests for time reversal and the two component theory, Phys. Rev. **109**, 980 (1958).
[3] M. Neri, A. Martínez, C. Juárez-León, J.J. Torres y Rubén Flores-Mendieta, Radiative corrections to the Dalitz plot of K_{l3}^0 decays, Phys. Rev. D **92,** 074022 (2015).
[4] C. Patrignani et al., (Particle Data Group), Chin. Phys. C **40**, 10001 (2016).
[5] F. Low, Bremsstrahlung of very Low-Energy quanta in Elementary particle collisions, Phys. Rev. **110**, 974 (1958).
[6] Michael J. Longo, Kenneth K. Young y Jerome A. Helland, Muon Polarization in $K_{\mu 3}^0$ Decay, Phys. Rev. **181**, 1808 (1969).
[7] W. M. Morse, L. B. Leipuner y R. C. Larsen, Search for the violation of time-reversal invariance in $K_{\mu 3}^0$ decays, Phys. Rev. D **21**, 1750 (1980).