Enredamiento de un par de electrones inducido por un campo estocástico de fondo común

Luis E. Camacho Castillejos, J. Avendaño
Instituto Politécnico Nacional, Departamento de Física, ESFM, CDMX., México
Teléfono (55) 5729-6000 Ext. 55017 E-mail: luise.camachocast@gmail.com, javendanol@ipn.mx

Resumen — **En este artículo se pretende entender y difundir los principios teóricos de la Electrodinámica Estocástica Lineal y, a partir de ello, analizar una propuesta de la compresión del mecanismo físico bajo el cual emerge el enredamiento de un sistema bipartita de electrones. Para el presente caso, bajo condiciones no relativistas, estacionarias, no radiativas y ergódicas, el enredamiento emergerá entre un par de electrones clásicos, no interactuantes y cercanos, como una consecuencia de que éstos resuenan a una frecuencia común del campo estocástico de fondo en el cual están inmersos**.

Palabras Clave — **campo estocástico de fondo, Electrodinámica Estocástica Lineal, enredamiento, propiedad emergente**.

Abstract — **In this paper our intention is to understand and disseminate the theoretical principles of Linear Stochastic Electrodynamics and, on this basis, to analyze a proposition for the understanding of the physical mechanism under which the entanglement of a bipartite electron system emerges. For the present case, under non-relativistic, stationary, non-radiative and ergodic conditions, entanglement will emerge between a pair of classical, non-interacting and close electrons, as a consequence of their resonating at a common frequency of the stochastic zero-point field in which they are immersed.**

Keywords — **emerging property, entanglement, Linear Stochastics Electrodynamics, zero—point field.**

I. Introducción

En un sistema físico formado por dos o más subsistemas suele ocurrir que existe al menos una propiedad de alguno de ellos que no es independiente del resto, de esta manera los subsistemas quedan correlacionados al estar vinculadas sus propiedades [1]. Tal correlación podría esperarse del hecho de que los subsistemas interactúan entre sí, por ejemplo, un sistema cuántico bipartita de partículas indistinguibles que interactúan directamente vía un potencial. Debido a la linealidad de la ecuación de Schrödinger, ésta nos permite describir el comportamiento del sistema del ejemplo anterior con base en el principio de superposición de los vectores de estado; sin embargo, la correlación entre estos subsistemas puede ocurrir incluso cuando (aparentemente) los subsistemas no interactúan.

Del formalismo de la Mecánica Cuántica se sabe que los sistemas compuestos pueden exhibir propiedades interesantes y novedosas [2,3], como aquella que da lugar al *enredamiento*[1]. De hecho, un par de partículas enredadas se usa para postular el enredamiento por simetría al intercambiar la posición de partículas indistinguibles [6]; dicho principio afecta de forma notoria y sorprendente el comportamiento de la materia a todas las escalas [1]. Sin embargo, pese al control, evolución y distribución del enredamiento [7,8], el origen y entendimiento del mecanismo físico que enreda a las partículas, así como el surgimiento del vector de estado que describe al sistema enredado, aún sigue sin ser explicado a profundidad [9].

Para poder abordar este problema bajo el marco de la Electrodinámica Estocástica Lineal (EDEL) —cuyos principales exponentes son L. de la Peña, A. M. Cetto y Andrea Valdés-Hernández— se debe analizar cómo la presencia del campo estocástico de fondo[2] en la vecindad de los electrones modifica sus variables dinámicas. En realidad, la premisa central de la EDEL es que este campo estocástico de fondo es la fuente principal del comportamiento cuántico de la materia, por lo que trata de ser una teoría realista, causal, local y objetiva [7]. Es precisamente el *principio de localidad* lo que busca preservarse, es decir, "el resultado de una medición de un sistema no debería verse afectado por las operaciones de un sistema distante con el que ha interactuado en el pasado" [3,5]. Lo que significa que cada punto del espacio solo puede afectar su entorno inmediato, por lo que la información de un proceso a la distancia debe propagarse a través del espacio intermedio a una velocidad finita, teniendo como cota superior la velocidad de la luz.

II. El campo en la vecindad de los electrones

Suponga el siguiente sistema bipartita unidimensional: un par de electrones puntuales, sin espín, no relativistas, lo suficientemente cercanos y además que no interactúan entre

[1] El concepto de enredamiento, *Verschränkung* en alemán, fue introducido por E. Schrödinger [4] y por A. Einstein y *et. al*. [5] para enfatizar algunas consecuencias de aquellos sistemas formados por dos o más partículas.

[2] El campo estocástico de fondo es un campo real, de naturaleza electromagnética y aleatoria, homogéneo e isotrópico, invariante de Lorentz, estacionario, posee una energía media por modo normal igual a $\hbar\omega/2$, además promedia estadísticamente a cero y permea todo el espacio [7,10,11].

ellos, inmersos en un campo estocástico de fondo *común*. Cada electrón localizado en x_n tiene una masa m, carga eléctrica e, está sujeta a una fuerza externa $F_n(x_n)$ derivada de algún potencial diferente al del campo, con $n = \{1,2\}$. Para este caso, en la aproximación de onda larga y después de promediar angularmente la estocasticidad del campo, la ecuación de movimiento para cada una de las partículas está dada por [7,9]

$$m\ddot{x}_n(t) = F_n(x_n) + m\tau\dddot{x}_n(t) + eE_n^{ef}(t), \qquad (1)$$

donde el termino $m\tau\dddot{x}_n(t)$, con $\tau = 2e^2/3mc^3$, es la (auto)fuerza de reacción de radiación que el propio electrón genera sobre sí mismo debido a que está acelerado, eE_n^{ef} es el campo estocástico de fondo efectivo que a su vez está constituido por

$$eE_n^{ef}(t) = m\tau\dddot{x}_j(t) + eE_n(t), \qquad (2)$$

con $m\tau\dddot{x}_j(t)$ la fuerza de reacción de radiación que genera la presencia del electrón en x_j sobre el otro electrón del subsistema en x_n, con $j \neq n$, y $eE_n(t)$ la fuerza eléctrica que actúa sobre cada electrón debido al mismo campo estocástico de fondo, de forma tal que se pueda garantizar que ambas partículas sean afectadas por la misma distribución o realización del campo. Pese a que no existe un potencial de interacción entre los electrones, sus ecuaciones de movimiento (1) quedan acopladas por la expresión (2). De esta manera, las variables que describen el comportamiento de los electrones por individual deberían verse afectadas al estar ambos inmersos en el mismo campo, pues la presencia de un electrón modifica el campo efectivo que actúa sobre el otro y viceversa.

A. *Especificidades de las soluciones estacionarias, no radiativas y ergódicas*

Las ecuaciones de movimiento (1) son ecuaciones diferenciales estocásticas al ser al menos uno de sus términos un proceso estocástico. En virtud de que el campo le imprime a la ecuación de movimiento (1) su carácter aleatorio es de esperarse que, para cada diferente distribución del campo, éste produzca diferentes soluciones [7,9].

Una vez que el sistema completo se aproxima al *régimen estacionario*, es decir, cuando la energía media radiada por cada partícula cedida al campo efectivo compensa la energía media absorbida por cada partícula del este campo, además de existir un balance detallado para cada frecuencia relevante [9]; y al *régimen no radiativo*, esto es, cuando los términos radiativos representan solo correcciones al movimiento, pues las soluciones a orden cero en τ en (1) son las que conducen a los resultados cuánticos y para las cuales se obtienen respuestas resonantes [7,9], entonces la forma funcional de las cantidades complejas asociadas a las variables dinámicas que describen a cada uno de los componentes (materia y campo) pueden expresarse en general como una expansión en Fourier [7,12]. Por otra parte, como el comportamiento de cada uno de los electrones se ve afectado por la partícula vecina surge la necesidad de agregar a cada solución estacionaria un subíndice compuesto $A = (\alpha, \alpha')$ para caracterizar el estado estacionario final alcanzado por el sistema bipartita; de esta forma, cada electrón estará en su respectivo estado estacionario α y α'.[3] También el subíndice compuesto $B = (\beta, \beta')$ servirá para denotar los estados accesibles para cada electrón. Dicho esto, el conjunto de soluciones se puede proponer como

$$x_{nA}(t) = \sum_B \tilde{x}_{nAB} b_{AB} e^{i\omega_{AB}t}, \qquad (3.1)$$

$$F_{nA}(t) = \sum_B \tilde{F}_{nAB} b_{AB} e^{i\omega_{AB}t}, \qquad (3.2)$$

$$E_{nA}^{ef}(t) = \sum_B \tilde{E}_{nAB} b_{AB} e^{i\omega_{AB}t}. \qquad (3.3)$$

Después de sustituir (3) en (1), se obtiene que

$$\tilde{x}_{1AB} = \tilde{x}_{\alpha\beta}\delta_{\alpha'\beta'}, \qquad (4.1)$$

$$\tilde{x}_{2AB} = \tilde{x}_{\alpha'\beta'}\delta_{\alpha\beta}, \qquad (4.2)$$

con $\tilde{x}_{\alpha'\beta'} = -[e/m][\tilde{E}_{\alpha'\beta'}/(\omega_{\alpha'\beta'}^2 - i\tau\omega_{\alpha'\beta'}^3 + \tilde{F}_{\alpha'\beta'}/m\tilde{x}_{\alpha'\beta'})]$, y las frecuencias resonantes de la partícula en x_2 son solución de $\omega_{\alpha'\beta'}^2 \approx -\tilde{F}_{\alpha'\beta'}/m\tilde{x}_{\alpha'\beta'}$. Análogamente para $\tilde{x}_{\alpha\beta}$ y $\omega_{\alpha\beta}^2$ solo basta reemplazar las variables primadas por no primadas; además

$$\tilde{E}_{1AB} = \tilde{E}_{\alpha\beta}\delta_{\alpha'\beta'}, \qquad (5.1)$$

$$\tilde{E}_{2AB} = \tilde{E}_{\alpha'\beta'}\delta_{\alpha\beta}, \qquad (5.2)$$

tanto (4) y (5) son cantidades expresadas en la vecindad de su correspondiente partícula, pero influenciadas por la partícula cercana, y además son las amplitudes asociadas con la frecuencia de transición

$$\omega_{AB} = \omega_{\alpha\beta} + \omega_{\alpha'\beta'} \qquad (6)$$

del sistema bipartita de un estado estacionario A al estado estacionario B [13,14]. Las transiciones entre estados estacionarios están determinadas por las resonancias extremadamente agudas del sistema mecánico con respecto al

[3] En lo que sigue, los índices no primados corresponderán a aquellas cantidades relacionadas con el electrón en x_1, mientras que los primados al electrón en x_2.

campo de fondo. Asimismo, b_{AB} es la variable estocástica común heredada por el campo [15,16,17] constituida por las variables aleatorias del campo estocástico de fondo en la vecindad de los electrones

$$b_{AB} = a_{\alpha\beta} a_{\alpha'\beta'}. \tag{7}$$

Es importante recordar que el campo estocástico de fondo (3.3) no es una variable dinámica, este es un campo fijo y estacionario, pero que no es alterado por la partícula una vez alcanzado el régimen estacionario [18]. Más aún, el campo estocástico dado por (3.3) es expresado en términos de sus modos normales de oscilación a través de una descomposición espectral de frecuencias, entendiéndose por esto una combinación lineal de ondas planas estocásticas que permite separar la dependencia temporal del campo estocástico de fondo. Dicha expansión contiene solo los modos de frecuencias que son relevantes para la descripción de la dinámica de la parte mecánica del sistema cuando éste ha alcanzado el estado estacionario.

Toda la estocasticidad del sistema estará completamente dada por (7) pues en el régimen ergódico, en el cual los promedios temporales de las variables dinámicas coinciden con sus correspondientes promedios sobre las realizaciones del campo, todas las demás variables del lado de derecho de (3) son independientes de la realización. De la misma manera, el principio ergódico tiene consecuencias importantes sobre la estructura funcional de las variables que describen el comportamiento físico, como la *regla de la cadena* [7,9] (tanto para las variables primadas como no primadas) que se puede sintetizar en $\omega_{\alpha\mu} + \omega_{\mu\beta} = \omega_{\alpha\beta}$ y $a_{\alpha\mu} a_{\mu\beta} = a_{\alpha\beta}$.

B. Representación abstracta de las variables dinámicas

Al ser el objetivo principal de este trabajo analizar el posible origen físico del enredamiento cuántico entre dos partículas desde la perspectiva de la EDEL, cuya descripción en Mecánica Cuántica se presenta usualmente en términos de vectores de estado, es necesario primeramente establecer el contacto de las variables dinámicas que describen el sistema completo (campo + dos partículas) en su representación matricial. Para describir este sistema es necesario construir un espacio vectorial apropiado que describa las variables dinámicas de las partículas, por lo que será necesario generar un espacio vectorial producto $\mathcal{H}_{1\otimes 2} = \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$.

El comportamiento del electrón situado en x_1 he inmerso en un campo estocástico de fondo quedará descrito por vectores de estado estacionarios $|\alpha\rangle$, definidos sobre el espacio de Hilbert $\mathcal{H}_1$. Similarmente para el electrón en x_2, inmerso en el mismo campo, sus vectores de estado asociados $|\alpha'\rangle$ yacen en $\mathcal{H}_2$. Sin embargo, no todo elemento $\mathcal{H}_{1\otimes 2}$ se puede expresar como un producto directo de elementos en $\mathcal{H}_1$ y $\mathcal{H}_2$ que describa a cada uno de los subsistemas, de esta manera emergerá una nueva clase de vectores de estado.

Dadas cualesquiera dos variables dinámicas reales arbitrarias (las cuales pueden ser la posición, el momento, la energía, entre otras) asociadas al par de partículas inmersas en un campo estocástico común, de forma tal que pueden ser expresadas como una función de la posición y la velocidad $\mathrm{K}(x_1, \dot{x}_1)$ y $\Lambda(x_2, \dot{x}_2)$ en el estado estacionario A, se les puede escribir con base en (3), como

$$\mathrm{K}_{A=(\alpha,\alpha')}(t) = \sum_{(\beta,\beta')} \mathrm{K}_{\alpha\beta}(t) \delta_{\alpha'\beta'} a_{\alpha\beta} a_{\alpha'\beta'} e^{i\omega_{\alpha'\beta'} t}, \tag{8}$$

$$\Lambda_{A=(\alpha,\alpha')}(t) = \sum_{(\beta,\beta')} \Lambda_{\alpha'\beta'}(t) \delta_{\alpha\beta} a_{\alpha\beta} a_{\alpha'\beta'} e^{i\omega_{\alpha\beta} t}, \tag{9}$$

con $\mathrm{K}_{\alpha\beta}(t) \coloneqq \widetilde{\mathrm{K}}_{\alpha\beta} e^{i\omega_{\alpha\beta} t}$ y $\Lambda_{\alpha'\beta'}(t) \coloneqq \widetilde{\Lambda}_{\alpha'\beta'} e^{i\omega_{\alpha'\beta'} t}$ los elementos de matriz $\alpha\beta$ y $\alpha'\beta'$ de la representación matricial de los operadores $\mathbb{K}(t)$ y $\mathbb{A}(t)$, asociados de las variables dinámicas $\mathrm{K}(x_1, \dot{x}_1)$ y $\Lambda(x_2, \dot{x}_2)$ respectivamente. Cada renglón de las representaciones matriciales anteriores describe un estado estacionario α o α' según sea el caso. Luego, $\mathrm{K}_{\alpha\beta}(t)$ y $\Lambda_{\alpha'\beta'}(t)$ están definidos sobre $\mathcal{H}_1$ y $\mathcal{H}_2$ respectivamente; por consiguiente, $\mathrm{K}_{\mathrm{AB}}(t) = \mathrm{K}_{\alpha\beta}(t) \delta_{\alpha'\beta'} e^{i\omega_{\alpha'\beta'} t}$ y $\Lambda_{\mathrm{AB}}(t) = \Lambda_{\alpha'\beta'}(t) \delta_{\alpha\beta} e^{i\omega_{\alpha\beta} t}$ deben ser los elementos de matriz de un operador definido sobre $\mathcal{H}_{1\otimes 2}$. Para poder actuar $\mathbb{K}(t)$ y $\mathbb{A}(t)$ sobre un vector de estado en $\mathcal{H}_{1\otimes 2}$ se tiene que extender su aplicación a este espacio a partir de las matrices identidad en $\mathcal{H}_1$ y $\mathcal{H}_2$. De esta manera, el producto de dos variables arbitrarias de la forma $\mathrm{K}(x_1, \dot{x}_1)\Lambda(x_2, \dot{x}_2)$ en el estado estacionario A, se puede desarrollar como

$$(\mathrm{K}\Lambda)_A(t) = \sum_B \widetilde{\mathrm{K}\Lambda}_{AB} b_{AB} e^{i\omega_{AB} t} = \mathrm{K}_A(t) \Lambda_A(t), \tag{10}$$

al considerar un caso particular de la regla de cadena $a_{\alpha\alpha} = 1$ y $\omega_{\alpha\alpha} = 0$. Cabe destacar que si las frecuencias relevantes son frecuencias de resonancia, entonces las transiciones del sistema completo bipartita quedan dadas por

$$\hbar\omega_{AB} = \mathcal{E}_A - \mathcal{E}_B, \tag{11}$$

con $\mathcal{E}_A = \mathcal{E}_\alpha - \mathcal{E}_{\alpha'}$ y $\mathcal{E}_B = \mathcal{E}_\beta - \mathcal{E}_{\beta'}$, que en realidad constituyen dos transiciones, cada una realizada por una partícula y asociada a la frecuencia de resonancia correspondiente $\omega_{\alpha\beta}$ y $\omega_{\alpha'\beta'}$.

C. Degeneración de la energía

Para el caso de una partícula inmersa en un campo estocástico de fondo, cada término de la suma de la descomposición espectral de una variable dinámica asociada a este sistema oscila con diferente frecuencia [13,14]. Esto asegura la correspondencia uno a uno entre los coeficientes de la expansión y las correspondientes frecuencias relevantes. Sin embargo, para el caso bipartita no es necesariamente válida la relación univoca anterior, pues podrían existir un conjunto de frecuencias relevantes ω_{AB} que estén degeneradas. Por ello, se tiene que desarrollar una expresión adecuada para la descomposición espectral de la variable producto $(K\Lambda)_A(t)$ en (10) para un estado estacionario A donde los diferentes sumandos oscilen con frecuencias diferentes y determinar qué implicaciones tiene esto en el formalismo de la teoría.

Al separar la contribución independiente del tiempo de (10), tomar el promedio temporal y aplicar la condición ergódica, resulta que la variable estocástica común (7) debe ser independiente de la realización del campo. Esto implica que para todo estado estacionario A, la variable estocástica común (7) pierde su aleatoriedad siempre que (6) sea idénticamente nula. Esto último no implica que $A = B$ pues también se cumple cuando existe una degeneración de la energía entre los estados A y B; en otras palabras, las dos partículas comparten frecuencias relevantes comunes no triviales [7,9]. No obstante, para diferenciar la variable estocástica común b_{AB} dada por (7), que en general es estocástica, de aquella que cumple la condición de que la expresión (6) sea igual a cero, se define

$$\Gamma_{AB} = b_{AB}, \qquad cuando \quad \omega_{AB} = 0. \qquad (12)$$

Suponga que existe una energía del sistema que está doblemente degenerada, es decir, existen dos diferentes estados estacionarios $B = D, G$; con $D \neq G$, que comparten la misma energía $\mathcal{E}_D = \mathcal{E}_G$. Asimismo, como resultado de la regla de la cadena sobre la variable estocástica común y considerando (12), se sigue que

$$b_{AG} = b_{AD} b_{DG} = b_{AD} \Gamma_{\mathrm{DG}}, \qquad (13)$$

debido a (11) ya que los estados estacionarios D y G comparten la misma energía, $\mathcal{E}_D = \mathcal{E}_G$, lo que implica que $\omega_{AD} = \omega_{\alpha\mu} + \omega_{\alpha'\mu'} = \omega_{\alpha\nu} + \omega_{\alpha'\nu'} = \omega_{AG}$.

Por construcción, la descomposición de Fourier de la variable producto $(K\Lambda)_A(t)$ en el estado estacionario A para el caso con degeneración en la energía de orden dos, hay dos amplitudes que oscilan con la misma frecuencia [9], al separarlos se tiene, gracias a la regla de la cadena, que

$$\begin{aligned}(\mathrm{K}\Lambda)_A(t) = {} & \left[\widetilde{\mathrm{K}\Lambda}_{AD} + \Gamma_{DG}\widetilde{\mathrm{K}\Lambda}_{AG}\right] b_{AD} e^{i\omega_{AD}t} \\ & + \sum_{B \neq D,G} \widetilde{\mathrm{K}\Lambda}_{AB} b_{AB}\, e^{i\omega_{AB}t}. \end{aligned} \qquad (14)$$

En la descomposición (14), los coeficientes dentro del corchete y dentro de la suma ya oscilan con diferente frecuencia, de hecho, el origen de los coeficientes no factorizables en (14) se debe a la existencia de una degeneración en la energía lo que implica que ambas partículas respondan a la misma frecuencia no nula [7,9].

III. El campo estocástico de fondo como mecanismo enredador

A. *Vectores de estado de enredamiento*

Para encausar los resultados de la EDEL hacia la Mecánica Cuántica se eliminan todas aquellas variables aleatorias heredadas por el campo estocástico de fondo común y, por tanto, que dependen de la distribución de éste. De modo que la representación matricial de la variable dinámica $(\mathrm{K}\Lambda)(t)$ en el espacio producto $\mathcal{H}_{1\otimes 2}$ [7,9], es

$$\mathbb{K}\mathbb{A}(t) = \sum_{A,B} (\mathrm{K}\Lambda)_{AB}(t)\, |e_A\rangle\langle e_B|, \qquad (15)$$

donde $(\mathrm{K}\Lambda)_{AB}(t) = \mathrm{K}_{\alpha\beta}\Lambda_{\alpha'\beta'} e^{i(\omega_{\alpha\beta}+\omega_{\alpha'\beta'})t}$ y se ha usado la base canónica $|e_A\rangle\langle e_B| = (|e_\alpha\rangle\langle e_\beta|)\otimes(|e_{\alpha'}\rangle\langle e_{\beta'}|)$ que genera el espacio producto. Sin embargo, es posible transferir la evolución temporal de $\mathbb{K}\mathbb{A}(t)$ a los vectores de estado de una nueva base generada con $|e_A\rangle = |e_\alpha\rangle\otimes|e_{\alpha'}\rangle$ a partir de una transformación unitaria

$$|A(t)\rangle = |\alpha(t)\rangle|\alpha'(t)\rangle = e^{-i\mathcal{E}_A t/\hbar}|e_A\rangle. \qquad (16)$$

De este modo, los elementos de la matriz $\mathbb{K}\mathbb{A}(t)$ son

$$\mathrm{K}\Lambda_{AB}(t) = \widetilde{\mathrm{K}\Lambda}_{AB} e^{i\omega_{AB}t} = \langle A|\mathbb{K}\mathbb{A}|B\rangle. \qquad (17)$$

Si existe una degeneración en la energía de orden dos $B = D, G$ con $D \neq G$, con base en (14) y (17) la estructura de los elementos de matriz asociados a esta degeneración se puede expresar como

$$\mathrm{K}\Lambda_{AD}(t) + \Gamma_{DG}\mathrm{K}\Lambda_{AG}(t) = \langle A|\mathbb{K}\mathbb{A}[|D\rangle + \Gamma_{DG}|G\rangle]. \quad (18)$$

La cantidad entre corchetes cuadrados revela la existencia de un nuevo tipo de vector de estado que no es elemento de la base $|B\rangle$ [16,17], pero es una superposición de dos estados estacionarios degenerados D y G, que de acuerdo con (16) está dado por (ya normalizado)

$$|\psi_{DG}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mu\rangle|\mu'\rangle + \Gamma_{DG}|\nu\rangle|\nu'\rangle). \qquad (19)$$

Por lo tanto, siempre que dos partículas compartan una frecuencia relevante de la descripción del sistema en el espacio producto de Hilbert, surge de manera natural una nueva clase de vector de estado con una energía definida del sistema bipartita, que como se puede notar de (19) no es factorizable y da lugar al enredamiento entre los electrones.

B. Correlaciones no clásicas

La correlación entre las variables dinámicas de las partículas, cuando existe una degeneración en el sistema, está dada por la covariancia definida por [7]

$$\Upsilon_{(\mathrm{K}\Lambda)_{\varepsilon_{\mathrm{D}}=\varepsilon_{\mathrm{G}}}} = \langle\psi_{DG}|\mathbb{K}\mathbb{A}|\psi_{DG}\rangle - \langle\psi_{DG}|\mathbb{K}|\psi_{DG}\rangle\langle\psi_{DG}|\mathbb{A}|\psi_{DG}\rangle, \qquad (20)$$

con $|\psi_{DG}\rangle$ el vector de estado de enredamiento dado por (19). Después de calcular el primer término del lado derecho de (20) este es

$$\langle\psi_{DG}|\mathbb{K}\mathbb{A}|\psi_{DG}\rangle = \frac{1}{2}\left(\mathrm{K}_{\mu\mu}\Lambda_{\mu'\mu'} + \mathrm{K}_{\nu\nu}\Lambda_{\nu'\nu'}\right) + \mathcal{R}e\left(\Gamma_{DG}\mathrm{K}_{\mu\nu}\Lambda_{\mu'\nu'}\right), \qquad (21)$$

luego para calcular el segundo término del lado derecho de (19), $\langle\psi_{DG}|\mathbb{K}|\psi_{DG}\rangle$ (o bien $\langle\psi_{DG}|\mathbb{A}|\psi_{DG}\rangle$), se toma $\mathbb{A}$ ($\mathbb{K}$) igual a la matriz identidad en (21), entonces se sigue que

$$\langle\psi_{DG}|\mathbb{K}|\psi_{DG}\rangle\langle\psi_{DG}|\mathbb{A}|\psi_{DG}\rangle = \frac{1}{4}\left(\mathrm{K}_{\mu\mu} + \mathrm{K}_{\nu\nu}\right)\left(\Lambda_{\mu'\mu'} + \Lambda_{\nu'\nu'}\right). \qquad (22)$$

Por lo tanto, al reemplazar (21) y (22) en (20) resulta que la covariancia es

$$\Upsilon_{(\mathrm{K}\Lambda)_{\varepsilon_{\mathrm{D}}=\varepsilon_{\mathrm{G}}}} = \frac{1}{4}\left(\mathrm{K}_{\mu\mu} + \mathrm{K}_{\nu\nu}\right)\left(\Lambda_{\mu'\mu'} + \Lambda_{\nu'\nu'}\right) + \mathcal{R}e\left(\Gamma_{DG}\mathrm{K}_{\mu\nu}\Lambda_{\mu'\nu'}\right); \qquad (23)$$

esto es, siempre que exista una frecuencia de resonancia común a ambas partículas, el campo induce una correlación entre ellas [16,17]. Nótese que a pesar de no haber ningún vestigio aparentemente explícito de las variables estocásticas heredadas por el campo, tanto la estructura del vector de estado (19) como la correlación entre los electrones (o más bien, entre algunas de sus variables dinámicas) dada por (23), se deben al factor Γ_{DG} cuyo origen radica en (12).

IV. CONCLUSIONES

La EDEL ha demostrado que es posible obtener un conjunto de soluciones estacionarias por el efecto combinado del campo estocástico de fondo y la reacción de radiación. Por lo que una vez que el sistema completo se acerca al equilibrio, el campo estocástico de fondo toma el control sobre la parte material del sistema. Por lo tanto, desde la perspectiva de la EDEL y con la aproximación no relativista, de onda larga, promediando la fuente de estocasticidad del campo y suponiendo que el sistema yace en un régimen estacionario, ergódico y no radiativo, surge el enredamiento entre las variables dinámicas que describen el comportamiento de los electrones como una propiedad emergente debido a la conexión entre éstos y el campo. A saber, cuando el sistema de dos electrones tiene una respuesta resonante a los modos normales del campo estocástico común, el campo actúa como agente enredador y correlaciona las variables de las partículas. Por ende, el campo estocástico de fondo en la vecindad de las partículas es la entidad física responsable de tal enredamiento. Más aún, el campo estocástico de fondo funge como el agente físico que conecta a los electrones y transforma el sistema bipartita en una sola entidad.

Dentro de las principales limitaciones (diferente a aquellas que se realizan para simplificar el problema) se tiene que el enredamiento se excluye para aquellas partículas que están arbitrariamente separadas, pues en tal caso podría existir la posibilidad de que la realización del campo en cada una de las vecindades de las partículas fuese estadísticamente independiente. No obstante, la condición de cercanía se podría interpretar, como usualmente se hace, que una partícula se desintegra pero que conserva cierta cantidad (que por el momento no es de interés saber con certeza a que cantidad se refiere), o bien que las partículas del sistema enredado han interactuado brevemente influyendo mutuamente (en la EDEL a partir del campo estocástico de fondo) para que sus propiedades estén conectadas de alguna manera.

Respecto a las condiciones experimentales actuales no es posible sustraer un sistema del régimen cuántico para demostrar que fuera de él no se satisface la Mecánica Cuántica, pero si la EDEL. Aunado al hecho de que, debido a las propiedades que debe poseer el campo estocástico de fondo, su observación experimental no es un asunto simple pues todo detector material estará sujeto a su acción [11,19]. De igual modo, cuando se quieren ver los efectos del campo estocástico de fondo en la descripción de algún fenómeno físico en concreto, los resultados se verán limitados a la adecuada distribución del campo, así como el criterio para seleccionar los modos del campo más significativos para el problema en cuestión [20]. De momento, el valor de esta teoría radica en su capacidad de ofrecer una alternativa concreta de la interpretación realista, objetiva y local del fenómeno cuántico.

AGRADECIMIENTOS

J. Avendaño agradece el apoyo proporcionado por la COFAA-IPN y por la Secretaría de Investigación y Posgrado del IPN a través del proyecto SIP20220073.

L. E. Camacho Castillejos agradece el apoyo (beca) proporcionado por el Consejo Nacional de Ciencia y tecnología (CONACYT) para cursar la Maestría en Ciencias Fisicomatemáticas en la ESFM-IPN.

REFERENCIAS

[1] K. Volke y *et. al*. *Analogías y conexiones en la Física.* Primera ed. México, 2020. DOI: 10.7910/DVN/D0QEBJ.

[2] P. Ball. «Why Everything You Thought You Knew About Quantum Physics is Different». En: The Royal Institution. 2018. URL: https://youtu.be/q7v5NtV8v6I.

[3] K. Blum. *Density Matrix Theory and Applications*. Tercera ed. Springer New York, NY. DOI: 10.1007/978-3-642-20561-3.

[4] E. Schrödinger. *Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik*. *Naturwissenschaften* 23, págs. 807–812 (1935). DOI: 10.1007/BF01491891.

[5] A. Einstein, B. Podolsky y N. Rosen. *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?* Phys. Rev. 47, 777 (1935). DOI: 10.1103/PhysRev.47.777.

[6] L. E. Ballentine. *Quantum Mechanics. A Modern Development*. World Scientific Publishing, 1998.

[7] L. de la Peña, A. M. Cetto y A. Valdés–Hernández. *The Emerging Quantum. The Physics Behind Quantum Mechanics*. Berlín: Springer, Cham, 2015. DOI: 10.1007/978-3-319-07893-9.

[8] A. Valdés–Hernández. «Caminos hacia la ortogonalidad (con escalas en el enredamiento)». En: Seminario Saldoval Vallarta. 2022.

[9] A. Valdés–Hernández. «Investigación del origen del enredamiento cuántico desde la perspectiva de la Electrodinámica Estocástica». Tesis doct. Universidad Nacional Autónoma de México, 2010.

[10] T. H. Boyer. «Random electrodynamics: The theory of classical electrodynamics with classical electromagnetic zero–point radiation». En: Phys. Rev. D 11.4 (1975), págs. 790–808. DOI: 10.1103/PhysRevD.11.790.

[11] L. E. Camacho y J. Avendaño. «El campo estocástico de fondo de la electrodinámica estocástica». En: Memorias de la XXVI RNAFM (2021), págs. 32–37. URL: https://www.esfm.ipn.mx/memorias.html.

[12] L. de la Peña y A. M. Cetto. «Quantum Theory and Linear Stochastic Electrodynamics». En: Found. Phys. 31.12 (2001), págs. 1703–1731. DOI: 10.1023/A:1012670800317.

[13] A. M. Cetto, L. de la Peña y A. Valdés–Hernández. «Quantum Emergence and Role of the Zero–Point Field». En: Symposium by the Fetzer Franklin Fund. Vienna University of Technology 2015. URL: https://www.fetzer-franklin-fund.org/media/emqm15-two-electron-system-correlated-zero-point-field-physical-explanation-spin-statistics-connection /.

[14] A. M. Cetto. «Quantum Emergence and Role of the Zero–Point Field». En: Symposium by the Fetzer Franklin Fund. 2013. URL: https://www.emqm13.org/abstracts/presentation-videos/video-ana-maria-cetto/.

[15] L. de la Peña, A. Valdés–Hernández y A. M. Cetto. «Quantum Mechanics as an Emergent Property of Ergodic Systems Embedded in the Zero-point Radiation Field». En: Found. Phys. 39 (2009), págs. 1240–1272. DOI: 10.1007/s10701-009-9348-z.

[16] L. de la Peña, A. Valdés–Hernández y A. M. Cetto. «Entanglement of particles as a result of their coupling through the common background zero–point radiation field». En: Physica E 42 (2010), pág. 308. DOI: 10.1016/j.physe.2009.06.049.

[17] A. Valdés–Hernández, L. de la Peña y A. M. Cetto. «Bipartite entanglement induced by a common background (zero-point) radiation field». En: Found. Phys. 41 (2011), págs. 843–862. DOI: 10.1007/s10701-010-9527-y.

[18] A. M. Cetto. «Origen físico del conmutador [x,p]». En: Seminario Saldoval Vallarta. 2021.

[19] J. Avendaño y L. de la Peña. «Reordering of the ridge patterns of a stochastic electromagnetic field by diffraction due to an ideal slit». En: Phys. Rev. E 72 (2005). DOI: 10.1103/PhysRevE.72.066605.

[20] R. Puente Mancilla. «Difracción de materia desde el enfoque de la electrodinámica estocástica». Tesis lic. Universidad Nacional Autónoma de México, 2021.